

Esame del 27 Febbraio 2006

SI RISOLVA IL MAGGIOR NUMERO DI ESERCIZI E DOMANDE (non occorre risolverli tutti per avere il voto massimo ma occorre risolvere almeno un esercizio e rispondere ad almeno una domanda per aspirare alla sufficienza)

1 ESERCIZI

Esercizio 1

Si consideri il sistema

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) + w(t)).$$

- 1.1) Si determinino tutte le matrici $K = [k_1 \ k_2]$ tali che $u = Kx$ sia una retroazione stabilizzante. Si rappresenti nel piano (k_1, k_2) la regione corrispondente alle matrici determinate.
- 1.2) Sia $G(s)$ la funzione di trasferimento da w a x con $u = Kx$: determinare una funzione scalare $\bar{G}(s)$ a fase minima che abbia lo stesso spettro di $G(s)$.
- 1.3) Tra le matrici K determinate al punto 1.1), si determinino quelle per cui $\bar{G}(s)$ è di ordine 1 e si rappresentino nel piano (k_1, k_2) .
- 1.4) Tra le matrici K determinate al punto 1.3), si determinino quelle per cui $\|\bar{G}\|_\infty \leq 1$.

Esercizio 2

Si consideri il sistema incerto

$$\dot{x}(t) = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \end{bmatrix} \right) x(t).$$

Si ricavi:

- 2.1) il raggio complesso di stabilità (supponendo cioè che $\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \end{bmatrix}$ è complesso).
- 2.2) il raggio reale di stabilità (supponendo cioè che $\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \end{bmatrix}$ è reale).

Esercizio 3

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s+4}{s+2}.$$

- 3.1) Calcolare la norma L_1 del sistema.
- 3.2) Enunciare il significato sistemistico della norma L_1 , determinare un segnale di ingresso che “realizza” la norma L_1 e, calcolando il corrispondente segnale di uscita, verificare il risultato del punto 3.1.

2 DOMANDE

Esercizio 4

Con riferimento al sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Dw(t) \\ z(t) &= Nx(t)\end{aligned}$$

si dica in dettaglio sotto quali condizioni sufficienti esiste il filtro H_2 per la minimizzazione della norma H_2 della funzione di trasferimento da w all'errore di stima di z . Si scrivano formalmente le equazioni del filtro.

Esercizio 5

$$\dot{x}(t) = (A + L\Delta N)x(t)$$

con A Hurwitz, Δ complesso e $\|\Delta\| \leq \alpha$. Si dimostri il risultato seguente: La famiglia $A + L\Delta N$ è quadraticamente stabile se e solo se esiste P soluzione stabilizzante e semidefinita positiva dell'equazione $A'P + PA + \alpha^2 PLL'P + N'N = 0$.

Esercizio 6

Si formuli e dimostri il Teorema di Karitonov per la stabilità di una famiglia di polinomi intervallari.