Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello del 6 Luglio 2012

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola __________________________________

____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.
Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Con riferimento al sistema non lineare

$$\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_2 u$$
$$\dot{x}_2 = -x_1^2 x_2 + x_2$$

si ricavino gli stati di equilibrio relativi all'ingresso u=1 e si studi la stabilità di tali equilibri.

RISPOSTA

Ci sono tre stati di equilibrio:

$$\bar{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Il sistema linearizzato è:

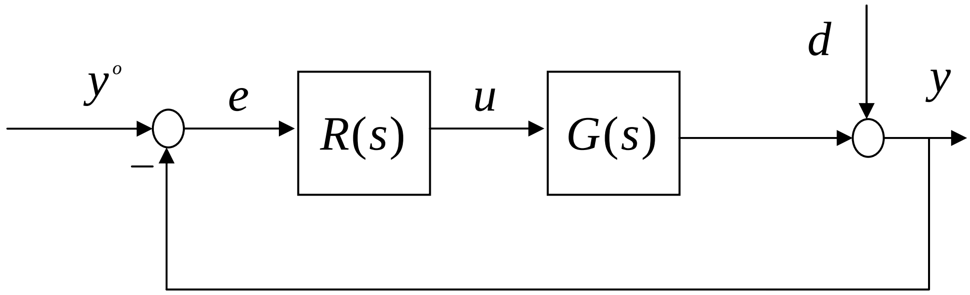
$$\delta\dot{x}_1 = -3\bar{x}_1^2\delta x_1 + \delta x_2$$
$$\delta\dot{x}_2 = -2\bar{x}_1\,\bar{x}_2\delta x_1 + (1-\bar{x}_1^2)\delta x_2 \rightarrow$$
$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A^{(2)} = A^{(3)} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

e quindi

$\bar{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ è instabile, $\bar{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $\bar{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ sono asintoticamente stabili.

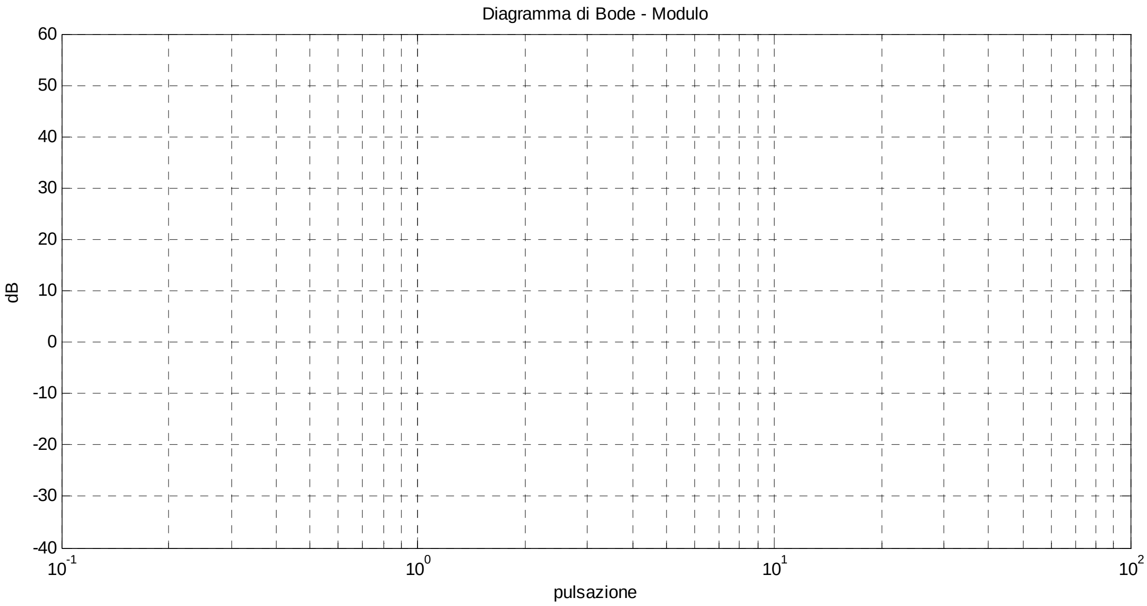
ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento al sistema retro azionato in figura.



dove $G(s) = \dfrac{0.01s + 1}{(0.1s + 1)^2}$.

Si ricavi un regolatore R(s) (del minor ordine possibile) in maniera tale che l'errore a transitorio esaurito sia nullo quando il segnale di riferimento è uno scalino e l'ampiezza dell'errore a transitorio esaurito sia minore di un decimo dell'ampiezza di una sinusoide su d(t) con pulsazione minore di 0.01 rad/sec.



SOLUZIONE

Per la prima richiesta, R(s) deve contenere un integratore. Per la seconda $|L(j\omega)|>10$ per ogni $\omega<0.01$. Quindi basta $R(s) = \dfrac{\alpha}{s}$ con $\alpha > 0.1$ e $\alpha < 25$ (per la stabilità).

ESERCIZIO 3
Si consideri il sistema lineare

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x$$

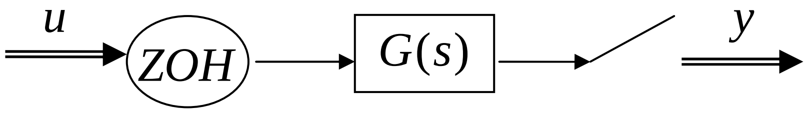
dove α e β sono parametri reali. Si discuta la stabilità interna, l'osservabilità, la raggiungibilità e la BIBO stabilità in funzione dei due parametri.

SOLUZIONE

Il sistema non e' asintoticamente stabile per nessun valore di α e β in quanto c'e' un autovalore in $\lambda=1$. Il sistema non è raggiungibile per nessun valore di α e β. Il sistema è osservabile per $\alpha+\beta\neq 1$

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento allo schema seguente



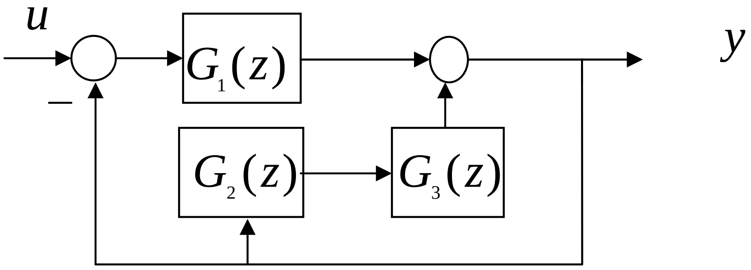
dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento (razionale) di un sistema a tempo continuo e il campionatore e il mantenitore di ordine zero lavorano in fase e in sincronia (periodo = T). Si discuta il legame ingresso uscita in termini di trasformata zeta di u e y. Sia poi

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

e T=1. Si ricavi il rapporto tra la trasformata zeta di y e quella di u (funzione di trasferimento del sistema.

$$G(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{(s+1)} \rightarrow G^*(z) = \frac{T}{Z-1} - \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}$$

ESERCIZIO 5
Si faccia riferimento al sistema a tempo discreto seguente



dove

$$G_1(z) = 2,\ G_2(z) = \frac{1}{z},\ G_3(z) = \frac{\alpha}{z-1}.$$

Si ricavi la funzione di trasferimento da u a y e si studi la stabilità del sistema in anello chiuso in funzione del parametro reale α.

$$G(z) = \frac{G_1(z)}{1 + G_1(z) - G_2(z)G_3(z)} = \frac{2z(z-1)}{3z^2 - 3z + \alpha}$$

Il sistema è dunque asintoticamente stabile per -3 < α <0