Fondamenti di Automatica

Allievi del CL in Ingegneria Elettrica

Prova del 27 Settembre 2012

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola __________________________________

____

Firma

La prova dura 120 minuti.

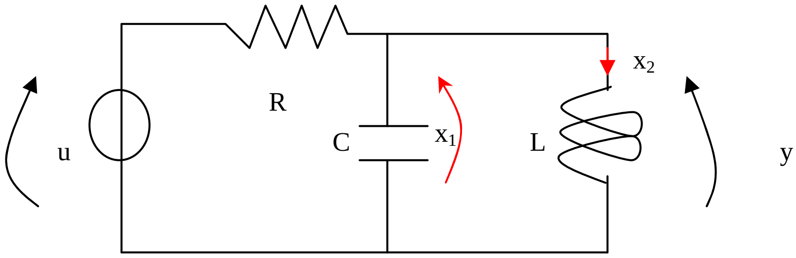
Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi numerici ed un sesto esercizio con domande.

Si prega di non allegare alcun foglio e di non utilizzare il retro delle singole pagine.

Esercizio 1

1.1 Si scrivano le equazioni di stato i forma normale del seguente circuito (ingresso tensione u, uscita tensione y).



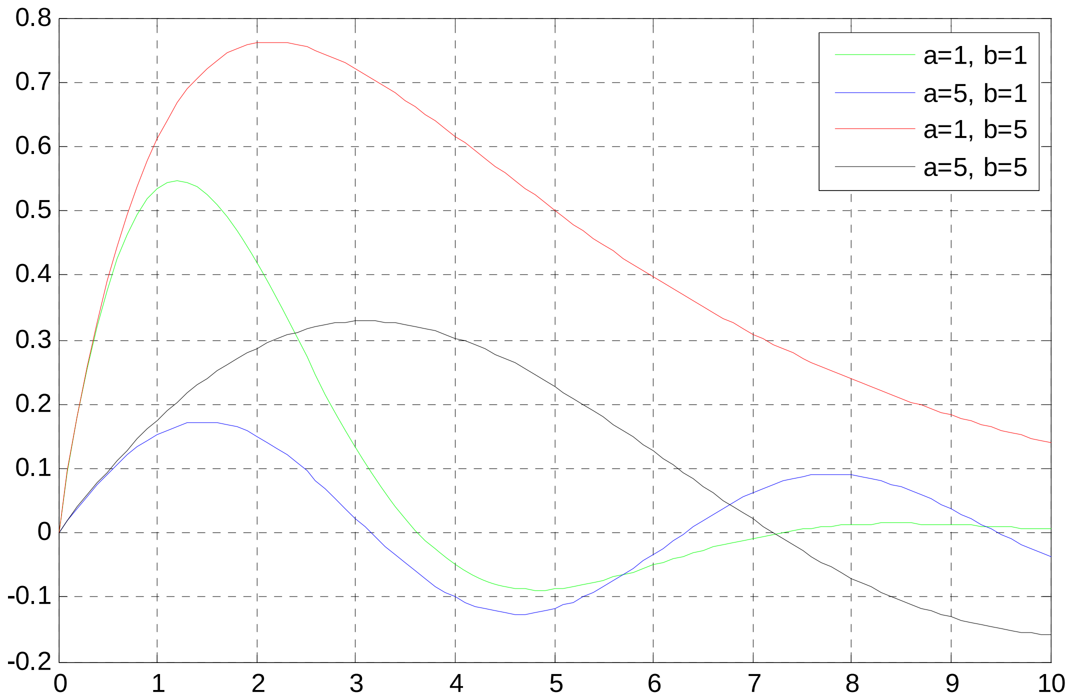
1.2 Si scriva la funzione di trasferimento del sistema (si ponga a=RC, b=LC) e si dica (aiutandosi con grafici) come cambia la risposta allo scalino (guadagno, oscillazioni, etc…) in funzione dei due parametri a,b.

SOLUZIONE

1.1

$$\begin{aligned} &R(C\dot{x}_1 + x_2) + x_1 = u \\ &x_1 = L\dot{x}_2 \\ &y = x_1 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{1}{RC}x_1 - \dfrac{1}{C}x_2 + \dfrac{1}{RC}u \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L}x_1 \\ y = x_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{RC} & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{RC} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

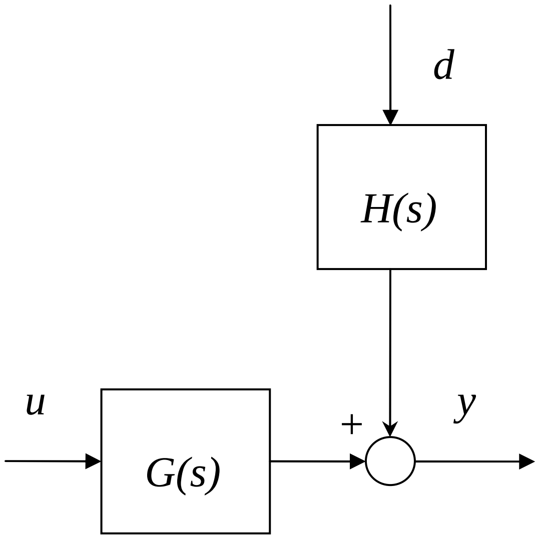
1.2



Esercizio 2

Si consideri lo schema a blocchi, dove

$$G(s) = \frac{60}{s^2 + 8s + 12}, \quad H(s) = \frac{1-s}{(1+s)^2}, \quad u(t) = sca(t), \quad d(t) = 10\sin(t)$$



2.1 Si discuta la stabilità del sistema.

2.2 Si ricavi l'espressione analitica della risposta di **regime** y(t)

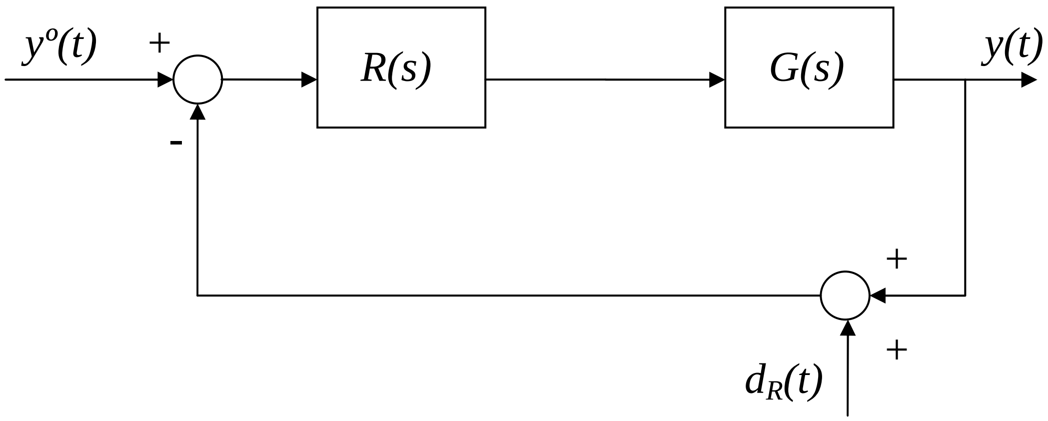
SOLUZIONE

Il sistema è asintoticamente stabile in quanto sia H che G lo sono. La risposta di regime è:

$$y(t) = G(0) + 10\,|H(j)|\sin(t + \prec H(j)) = 5 + \frac{10}{\sqrt{2}}\sin(t - \frac{3\pi}{4})$$

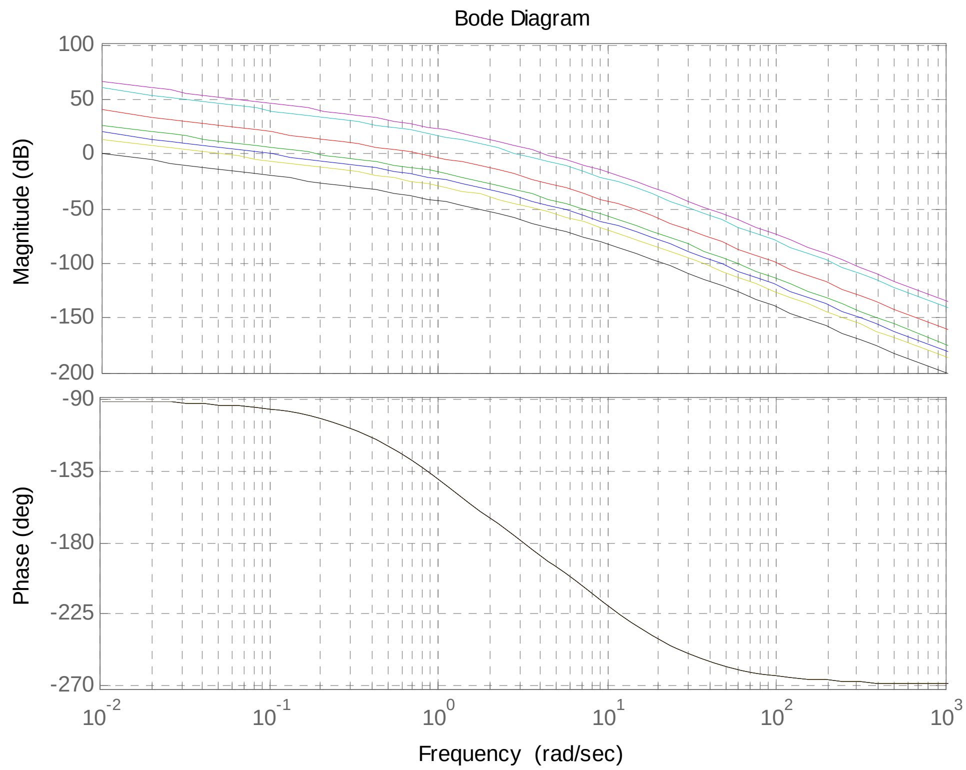
Esercizio 3

Si consideri lo schema seguente



dove $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+10)}$, $\quad R(s) = \dfrac{\alpha}{s}$.

Con l'aiuto dei diagrammi di Bode di L(s)=R(s)G(s) si dica (attraverso grafici qualitativi) come variano il margine di fase, il margine di guadagno e la pulsazione critica in funzione di α>0.



Il margine di fase diminuisce all'aumentare di α, diventa zero quando α=110 e diventa negativo (sistema instabile) quando α>110. La pulsazione critica cresce all'aumentare di α e diventa circa 3 rad/sec, cioè uguale a ω_π, quando α=110. Il margine di guadagno diminuisce all'aumentare di α e diventa 1 per α=110. Per α>110 diventa minore di 1 (sistema instabile).

Esercizio 4

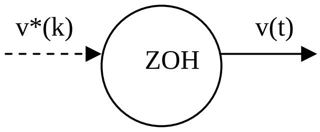
Con riferimento al problema della sintesi di un controllore industriale di tipo PID, si spieghino in dettaglio gli esperimenti che sono alla base delle cosiddette regole di Ziegler e Nichols.

SOLUZIONE

Vedere il libro di testo

Esercizio 5

Si spieghi cos'è e come funziona un mantenitore di ordine zero (ZOH), in particolare la relazione esistente tra i segnali di ingresso e uscita nel dominio del tempo e delle trasformate.



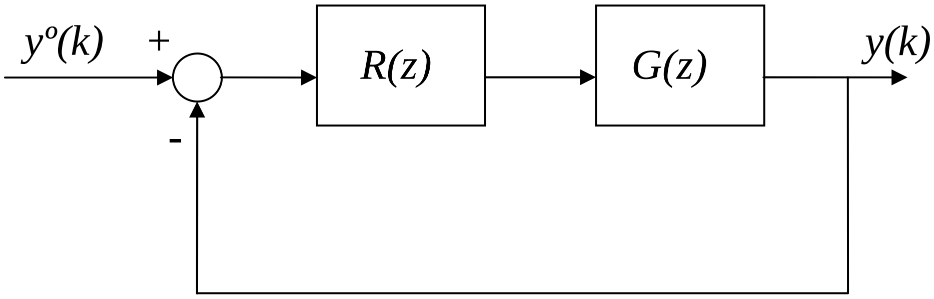
SOLUZIONE

Vedere il libro di testo (definizione di $H_0(s)$, etc…)

Esercizio 6

Si consideri il sistema di controllo a tempo **discreto**, dove

$$G(z) = \frac{z-2}{(z+0.5)^2}$$



Si sintetizzi R(z) del minimo ordine possibile in maniera tale che l'errore sia nullo dopo un numero finito (e più piccolo possibile) di passi quando il riferimento $y^o(k)$ è uno scalino.

SOLUZIONE

La funzione si sensitività complementare $F(z) = \frac{R(z)G(z)}{1+R(z)G(z)}$ può essere scelta come

$F(z) = \frac{n(z)}{d(z)}$ con i vincoli che

i) il polinomio n(z) si annulli in z=2, cioè nello zero instabile di G(z)
ii) il grado relativo sia almeno come quello di G(z), cioè 1
iii) il polinomio d(z) abbia radici tutte in z=0 e sia del minimo ordine possibile
iv) F(z) abbia guadagno statico pari ad uno, cioè n(1)=d(1)

Quindi $F(z) = \frac{2-z}{z^2}$ e allora $R(z) = \frac{1}{G(z)}\frac{F(z)}{1-F(z)} = -\frac{(z+0.5)^2}{(z-1)(z+2)}$