Fondamenti di Automatica

Allievi del CL in Ingegneria Elettrica

11 Settembre 2011

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola __________________________________

____

Firma

La prova dura 120 minuti.

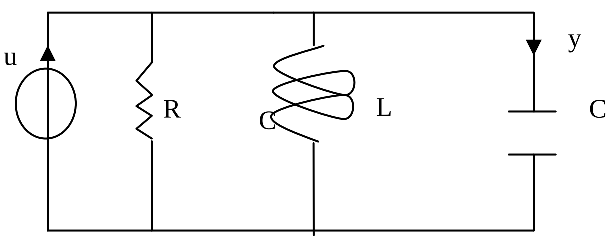
Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi numerici ed un sesto esercizio con domande.

Si prega di non allegare alcun foglio e di non utilizzare il retro delle singole pagine.

Esercizio 1

1.1 Si scrivano le equazioni di stato i forma normale del seguente circuito (ingresso corrente u, uscita corrente y).



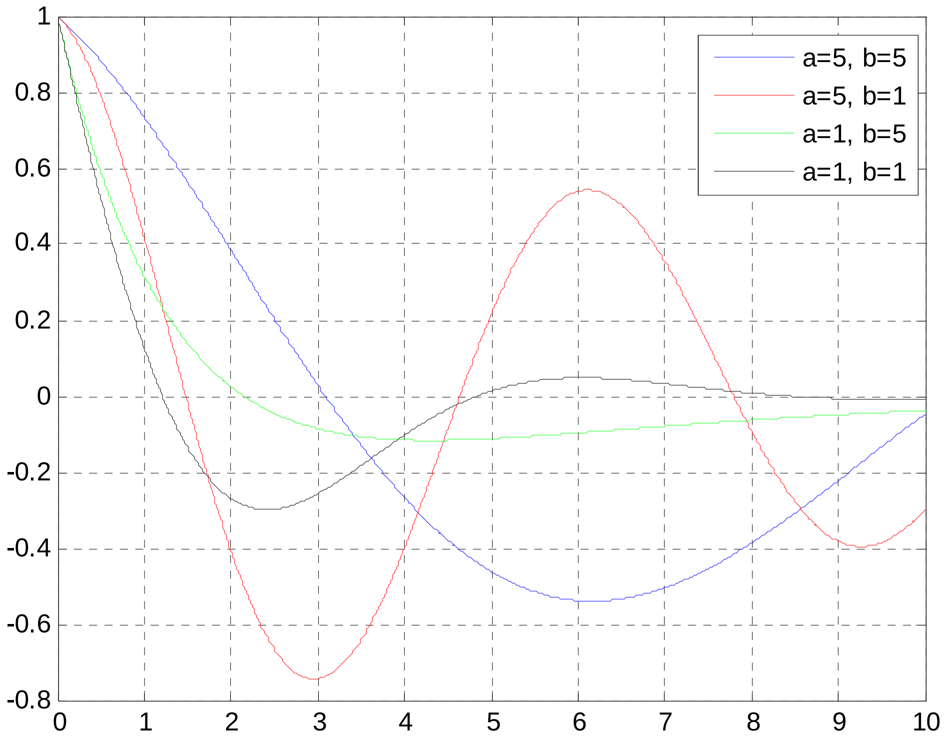
1.2 Si scriva la funzione di trasferimento del sistema dalla corrente u alla corrente y e si dica (aiutandosi con grafici) come cambia la risposta allo scalino (guadagno, oscillazioni, etc…) in funzione dei due parametri a=RC, b=LC.

SOLUZIONE

1.1

$$\begin{aligned} &R(C\dot{x}_1 + x_2) + x_1 = Ru \\ &x_1 = L\dot{x}_2 \\ &y = u - x_1 / R - x_2 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{RC} & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} -1/R & -1 \end{bmatrix} x + u \end{cases} \rightarrow G(s) = \frac{s^2}{s^2 + s/a + 1/b}$$

1.2



Esercizio 2

Si consideri un sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{60}{s^2 + 8s + 12}$$

e funzione di ingresso $u(t) = imp(t) - e^{-t} sca(t)$. Si ricavi **l'espressione analitica** della risposta y(t) per t≥0.

SOLUZIONE

La trasformata dell'ingresso è:

$$U(s) = 1 - \frac{1}{s+1} = \frac{s}{s+1}$$

e quindi

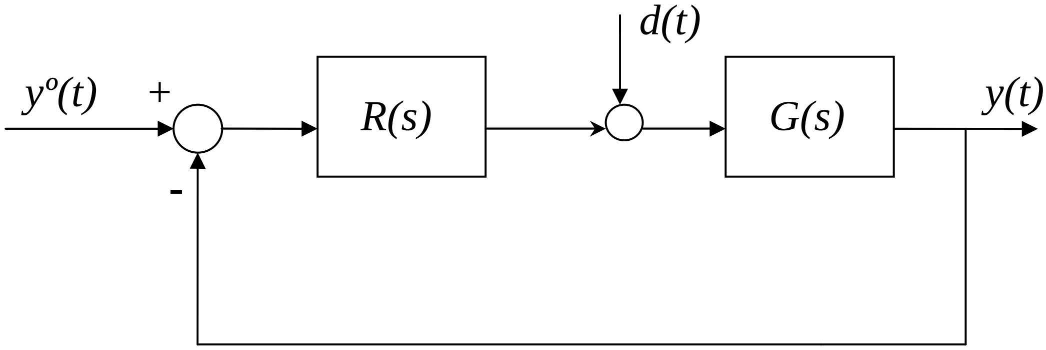
$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{60s}{(s+1)(s+6)(s+2)} = \frac{-12}{s+1} + \frac{-18}{s+6} + \frac{30}{s+2}$$

col che

$$y(t) = 30e^{-2t} - 18e^{-6t} - 12e^{-t}, \quad t \geq 0$$

Esercizio 3

Si consideri lo schema seguente



dove $G(s)=\dfrac{1-s}{(s+1)(s+10)}$, $\quad R(s)=\dfrac{\alpha}{s}$.

3.1 Si studi la stabilità del sistema retroazionato in funzione di $\alpha>0$.

3.2 Si scelga un valore di α per cui il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e si tracci il il diagramma di Bode del modulo e fase della funzione di trasferimento dal disturbo d all'uscita (funzione di sensitività dell'uscita).

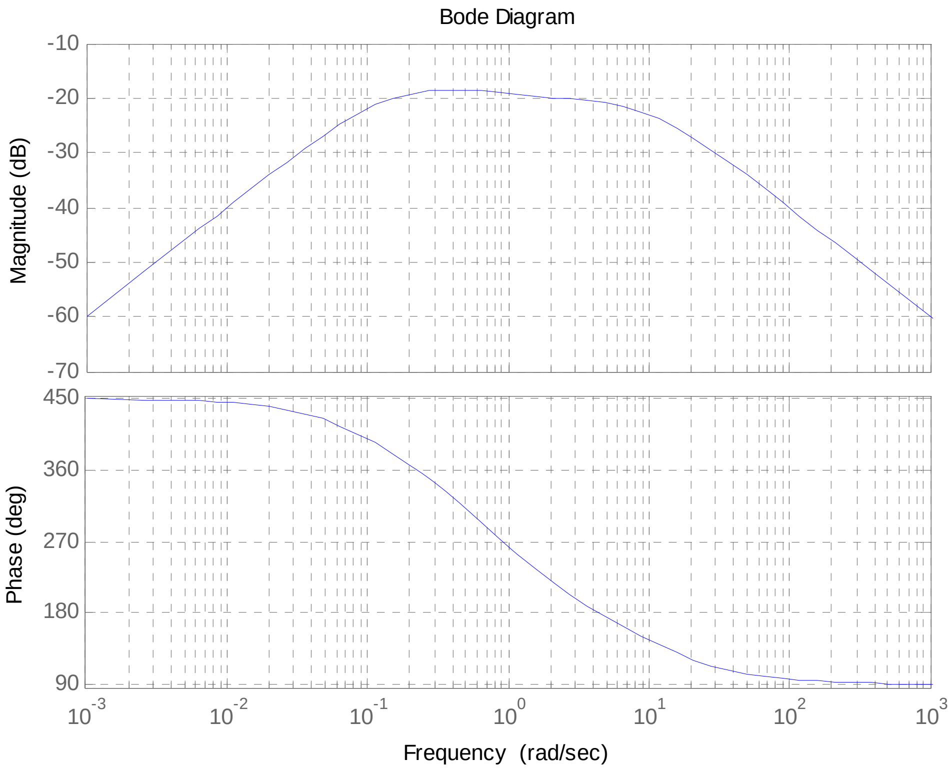
3.3 Si tracci il grafico qualitativo della risposta y(t) quando d(t) è uno scalino unitario.

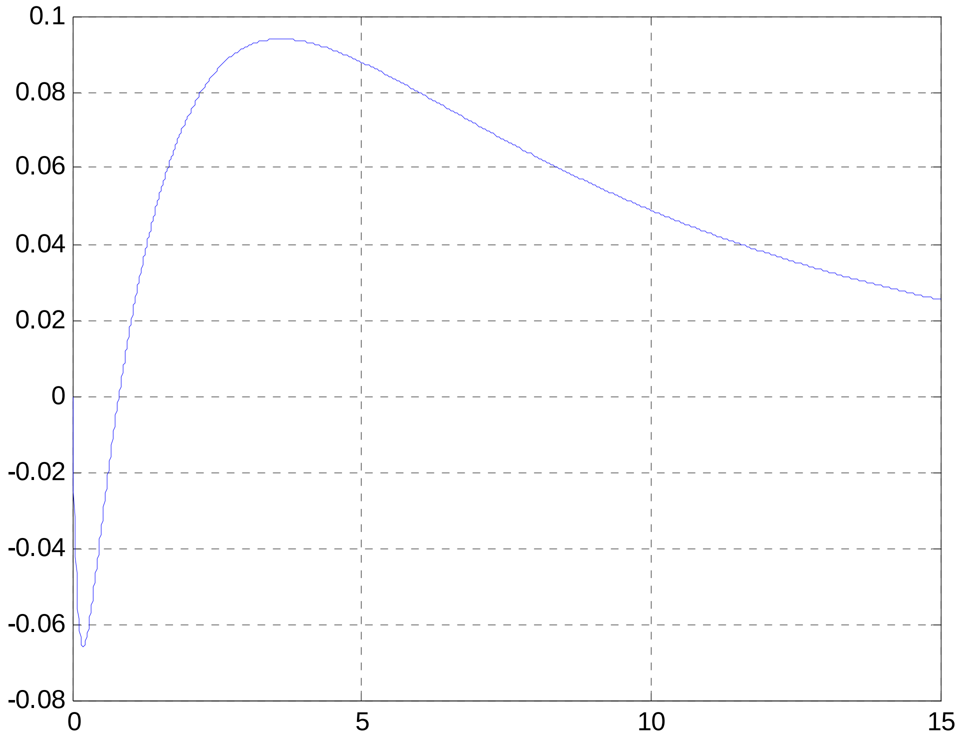
SOLUZIONE

Il polinomio caratteristico del sistema ad anello chiuso è: $s^3+11s^2+(10-\alpha)s+\alpha$ e quindi si ha stabilità asintotica (criterio di Routh-Hurwitz) per $0<\alpha<\dfrac{55}{6}$. Scegliamo α=1. La funzione di trasferimento richiesta è:

$$\frac{G(s)}{1+G(s)R(s)}=\frac{s(1-s)}{s^3+11s^2+9s+1}$$

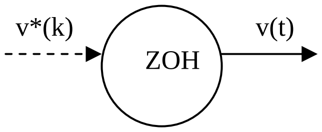
Si vedano i diagrammi per α=1 (curve in blu) e la risposta allo scalino.


Bode Diagram
Magnitude (dB)
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
Phase (deg)
450
360
270
180
90
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/sec)


0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
0
5
10
15

Esercizio 4

Si spieghi cos'è e come funziona un campionatore ideale a cadenza uniforme e in che cosa consiste il fenomeno dell'aliasing. In particolare si scriva la relazione esistente tra i segnali di ingresso e uscita nel dominio del tempo e delle trasformate.



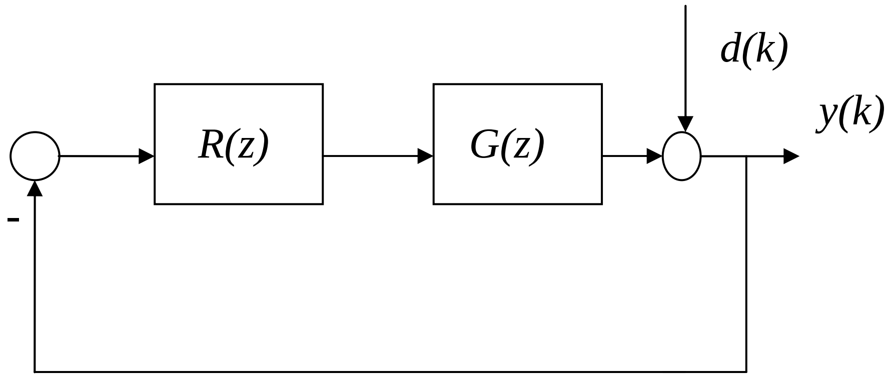
SOLUZIONE

Vedere il libro di testo

Esercizio 5

Si consideri il sistema di controllo a tempo **discreto**, dove

$$G(z) = \frac{z}{z^2 - 1.5z - 1}$$



Si sintetizzi R(z) del minimo ordine possibile in maniera tale che l'errore sia nullo dopo un numero finito (e più piccolo possibile) di passi quando il disturbo $d^o(k)$ è uno scalino.

SOLUZIONE

Si noti che $G(z) = \frac{z}{(z-2)(z+0.5)}$. La funzione si sensitività complementare $F(z) = \frac{R(z)G(z)}{1+R(z)G(z)}$ può essere scelta come

$F(z) = \frac{n(z)}{d(z)}$ con i vincoli che

i) n(z)=d(z) si annulli in z=2, cioè nel polo instabile di G(z)

ii) il grado relativo sia almeno come quello di G(z), cioè 1 +

iii) il polinomio d(z) abbia radici tutte in z=0 e sia del minimo ordine possibile

iv) F(z) abbia guadagno statico pari ad uno, cioè n(1)=d(1)

Quindi $F(z) = \frac{3z-2}{z^2}$ e allora $R(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{F(z)}{1-F(z)} = \frac{(z+0.5)(3z-2)}{z(z-1)}$