Fondamenti di Automatica

Allievi del CL in Ingegneria Elettrica

Prima Prova 2013/2014 - 05 Settembre 2014

Cognome ____________________________________

Nome ____

N° di Matricola _______________________________

____

Firma

La prova dura 120 minuti.

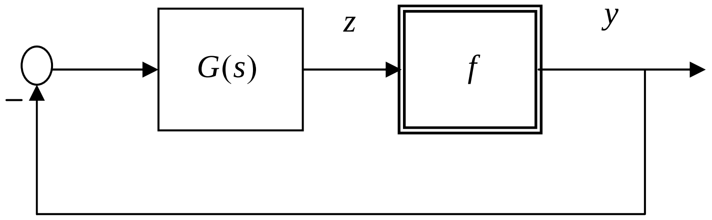
Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi numerici.

Si prega di non allegare alcun foglio e di non utilizzare il retro delle singole pagine.

Esercizio 1

Si consideri lo schema a blocchi seguente



dove $G(s)=\dfrac{1-s}{(s+1)^2}$ è la funzione di trasferimento di un sistema lineare tempo invariante del

secondo ordine, mentre , mentre *f* è una funzione che lega algebricamente l'uscita del blocco lineare z con l'scita y nel modo seguente $y = f(z) = \alpha z e^{-z^2}$, dove α è un parametro **positivo**.

1.1 Si scriva una realizzazione in spazio di stato di *G*(*s*).

1.2 Si scrivano le equazioni in forma normale del sistema complessivo e si verifichi che l'origine è l'unico stato di equilibrio.

1.3 Si studi la stabilità dello stato di equilibrio in funzione del parametro α>0.

SOLUZIONE

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$z=\begin{bmatrix}1 & -1\end{bmatrix}x$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 - \alpha(x_1 - x_2)e^{-(x_1-x_2)^2}$$

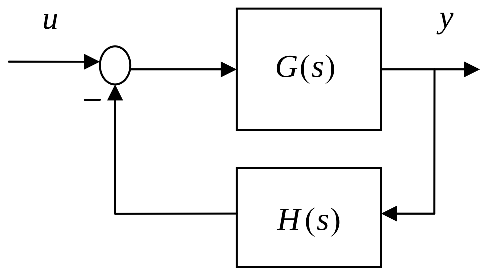
Quindi all'equilibrio $x_2 = 0$ e x_1 che soddisfa $x_1(1+\alpha e^{-x_1^2}) = 0$ la cui unica soluzione (si ricordi che α>0) è $x_1 = 0$.

Il sistema linearizzato intorno all'origine ha matrice dinamica

$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1-\alpha & -2+\alpha\end{bmatrix}$. L'origine è dunque asintoticamente stabile per 0<α<2 e instabile per α>2.

Esercizio 2

Si consideri lo schema a blocchi



dove $G(s)=\dfrac{\alpha}{s+1}$, $H(s)=\dfrac{s+2}{(s+1)(s+3)}$

2.1) Si studi la stabilità asintotica in funzione del parametro $\alpha \neq 0$.

2.2) Si studi la raggiungibilità del sistema da u in funzione del parametro $\alpha \neq 0$.

2.3) Si studi l'osservabilità del sistema da y in funzione del parametro $\alpha \neq 0$.

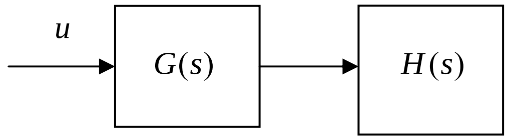
SOLUZIONE

Il polinomio caratteristico è:

$s^3+5s^2+(7+\alpha)s+3+2\alpha$

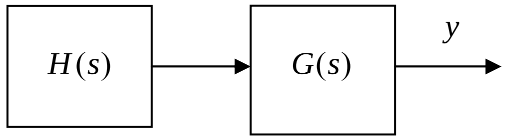
E quindi (applicando il criterio di Routh Hurwitz) si ha che il sistema è asintoticamente stabile per $\alpha > -1.5$.

Dal punto di vista della raggiungibilità si può considerare lo schema in serie



Dove si evince che non ci sono zeri di G(s) che cancellano poli di H(s). Quindi il sistema eè raggiungibile da u per tutti i valori (non nulli) di α.

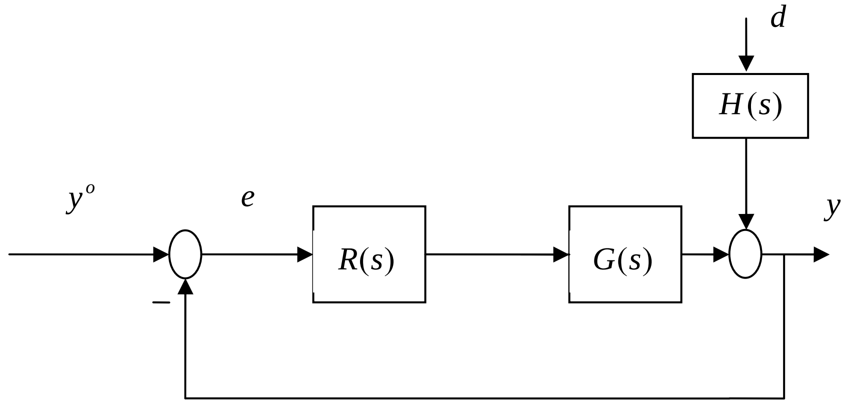
Dal punto di vista della osservabilità si può considerare lo schema in serie



dove si evince che non ci sono zeri di G(s) che cancellano poli di H(s). Quindi il sistema è osservabile da y per tutti i valori (non nulli) di α.

Esercizio 3

Si consideri lo schema a blocchi



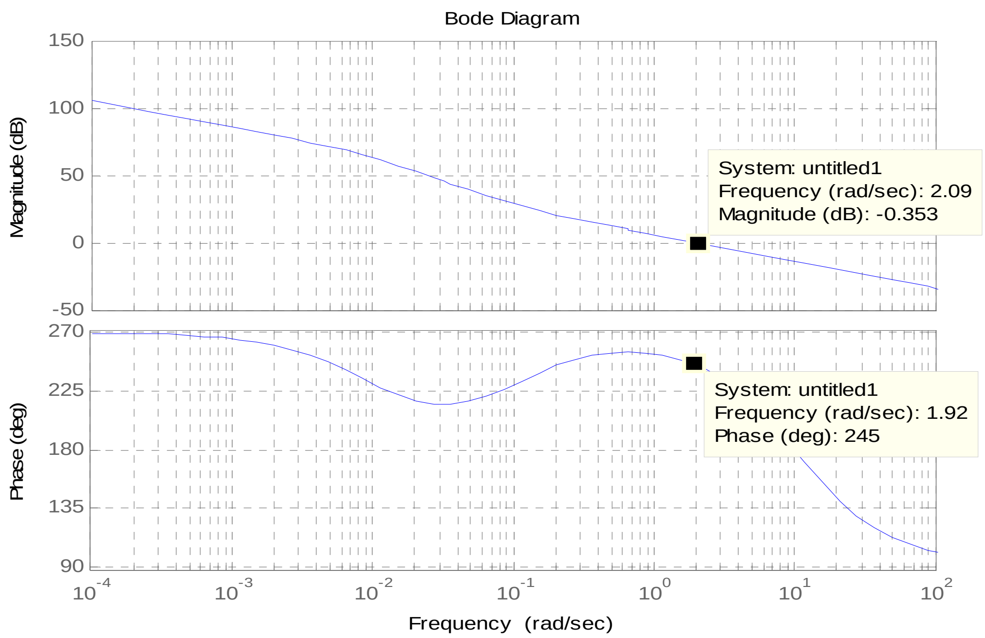
dove $G(s)=\dfrac{10-s}{s(s+10)}$, $\quad H(s)=\dfrac{10}{s(s+10)}$, $\quad y^0(t)=ram(t)$, $\quad d(t)=\pm sca(t)$.

Si ricavi un regolatore tale che

- $|e_\infty| \le 0.2$
- $\omega_c \ge 1\ rad/\sec$
- $\phi_M \ge 60^o$

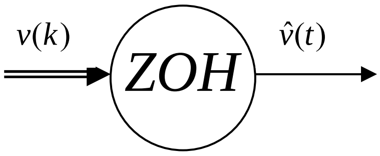
SOLUZIONE

Non c'e' bisogno di inserire un altro integratore. Per ottenere il vincolo statico il guadagno statico del regolatore deve essere maggiore di 10. Scegliamo 20. Basta allora una rete ritardatrice e quindi una soluzione è $R(s)=20\dfrac{1+10s}{1+100s}$ col che $L(s)=20\dfrac{(10-s)(1+10s)}{s(s+10)(1+100s)}$ e quindi $\omega_c \approx 2,\quad \phi_M \approx 65^o$.



Esercizio 4

Si consideri in figura la schematizzazione di un di un mantenitore ideale di ordine zero a cadenza uniforme di periodo *T*.



4.1 Si dica qual'è il legame tra la variabile di ingresso a tempo discreto $v(k)$ e quella di uscita a tempo continuo $\hat{v}(t)$.

4.2 Si dimostri il legame (cioè si ricavi l'espressione analitica di $H_o(s)$) tra la trasformata zeta monolatera $V(z)$ della variabile di ingresso e la trasformata di Laplace monolatera $\hat{V}(s)$ della variabile di uscita: $\hat{V}(s) = H_o(s)V(e^{sT})$.

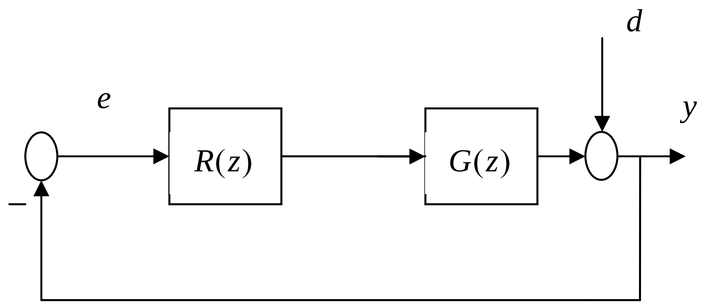
SOLUZIONE

$\hat{v}(t) = v(k), \quad k \in [kT, (k+1)T)$

$$\hat{V}(s) = \int_0^{\infty} \hat{v}(t)e^{-st}dt = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{kT}^{(k+1)T} \hat{v}(t)e^{-st}dt = \sum_{k=0}^{\infty} v(k) \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-st}dt = \frac{1-e^{-sT}}{s} \sum_{k=0}^{\infty} v(k)e^{-skT} = \frac{1-e^{-sT}}{s} V(e^{sT})$$

Esercizio 5

Si consideri lo schema a blocchi di un sistema di controllo a **tempo discreto**:



dove $G(z) = \dfrac{z-2}{(z-5)(z-1)}$, $d(k) = sca(k)$

Si ricavi un regolatore $R(z)$ tale che il sistema di controllo sia asintoticamente stabile, l'errore e(k) sia nullo a regime, l'errore sia a regime dopo un numero finito e minimo di passi.

SOLUZIONE

La funzione di sensitività S(z) deve avere 3 poli nell'origine, uno zero in z=1, uno zero in z=5 e inoltre soddisfare S(2)=1, S(∞)=1, quindi

$S(z) = \dfrac{(z-1)(z-5)(z-p)}{z^3}$ con $-3(2-p) = 8$, e quindi p=14/3. Infine

$$R(z) = \frac{1}{G(z)}\frac{1-S(z)}{S(z)} = \frac{32z-35}{3z-14}$$