Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello del 7 Luglio 2014

Cognome ____________________________________

Nome ____

N° di Matricola _______________________________

____

Firma

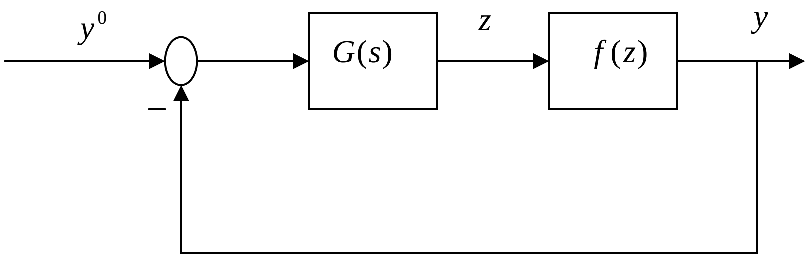
Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema non lineare in figura



dove $G(s)=\dfrac{1-s}{(s+1)^2}$, e la caratteristica non lineare è data da $y=f(z)=z^2-z$.

1.1 Si scrivano le equazioni del sistema retro azionato in forma di stato.
1.2 Si determini gli stati di equilibrio associati all'ingresso costante $y^0=1$.
1.3 Si studi la stabilità degli stati di equilibrio ricavati.

SOLUZIONE
Si indichi con e l'ingresso di $G(s)$ e si scriva dunque una realizzazione del sistema retroazionato

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}e$$
$$z=\begin{bmatrix}1 & -1\end{bmatrix}x$$
$$y=z^2-z$$
$$e=y^o-y$$

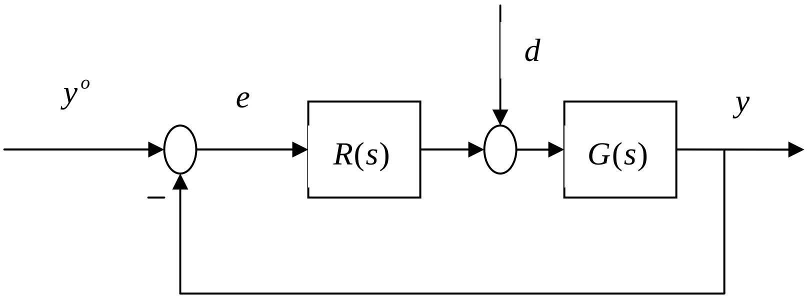
Quindi

$$\dot{x}_1=x_2$$
$$\dot{x}_2=-3x_2-x_1^2-x_2^2+2x_1x_2+y^o$$

Con $y^o=1$ si ottengono due stati di equilibrio, cioè: $\bar{x}=\pm\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$.

La matrice A del sistema linearizzato è: $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2\bar{x}_1+2\bar{x}_2 & -3-2\bar{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \mp 2\bar{x}_1 & -3\end{bmatrix}$. Quindi lo stato di equilibrio $\bar{x}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$ è asintoticamente stabile mentre $\bar{x}=-\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$ è instabile.

ESERCIZIO 2
Si consideri lo schema a blocchi seguente



dove $R(s)=\dfrac{(s+1)^2}{s^2+1}$ e $G(s)=\dfrac{\mu}{s}$, $y^0(t)=\sin(t)$, $d(t)=sca(t)$, $\mu>0$.

2.1) Si studi la stabilità del sistema in funzione di $\mu>0$.
2.2) Si determini l'espressione analitica della risposta **asintotica** dell'errore e in funzione di $\mu>0$, e si discuta il risultato.

SOLUZIONE

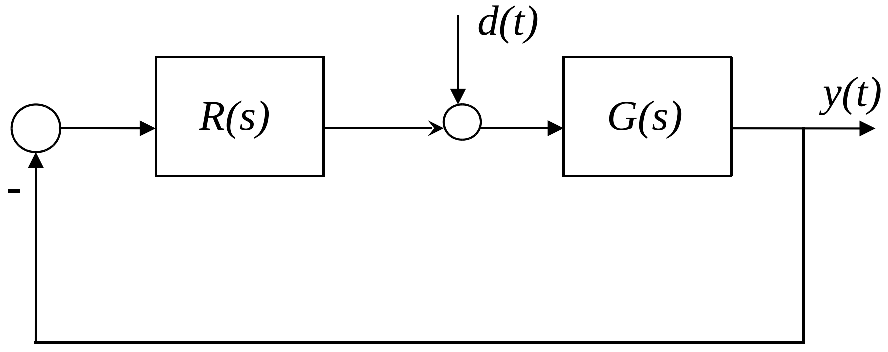
2.1) La funzione d'anello è: $L(s)=\dfrac{\mu(s+1)^2}{s(s^2+1)}$ e quindi il polinomio caratteristico del sistema ad anello chiuso è: $\mu(s+1)^2+s(s^2+1)=s^3+\mu s^2+(2\mu+1)s+\mu$. Il polinomio è Hurwitz per ogni $\mu>0$.

2.2) Per il teorema della risposta armonica, la sovrapposizione degli effetti e il teorema del valor finale si ha che l'errore $e(t)$ converge a $e_p(t)$, dove

$$e_p(t)=\left|\frac{1}{1+L(j)}\right|\sin\left(t+\angle\frac{1}{1+L(j)}\right)-\lim_{s\to 0}\frac{G(s)}{1+L(s)}=-1$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo



dove $G(s) = \frac{5(1-s)}{(s+1)(s+5)} e^{-s\tau}$, $d(t) = sca(t)$. Si ricavi un regolatore (il più semplice possibile) tale che:

L'uscita $y(t)$ a transitorio esaurito sia nulla.
Il sistema retro-azionato sia stabile per qualunque valore di τ compreso tra zero e 1 sec.
Il tempo di assestamento all'1% sia al massimo di 10 sec.

SOLUZIONE

Si noti che $G(s)$ non ha un integratore puro e quindi il primo requisito impone che $R(s)$ sia di tipo 1 (almeno). Il terzo requisito impone che la pulsazione critica ω_c sia maggiore di circa 0.5 rad/sec (valore che si ottiene invertendo il tempo di assestamento diviso per 5). Il secondo requisito impone che il margine di fase ϕ_m che ottiene prendendo $\tau = 0$ sia almeno $\omega_c \times 1$ rad/sec.

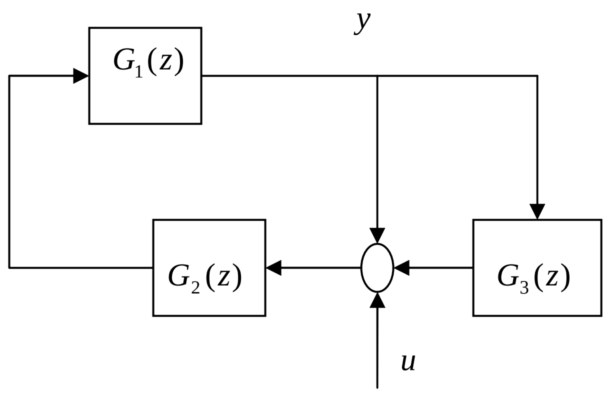
Scegliamo ad esempio il regolatore (PI) $R(s) = 0.5\frac{s+1}{s}$, col che $L(s) = 0.5\frac{1-s}{s(1+0.2s)} e^{-s\tau}$ e quindi

$$\omega_c = 0.5$$

$$\phi_m = \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(0.5) - \arctan(0.1) - 0.5\tau\right) rad = (69 - 28.6\tau)\, gradi > 0,\ \forall \tau \in [0,1]$$

ESERCIZIO 4

Si consideri lo schema blocchi del sistema a tempo discreto in figura



4.1 Si ricavi la funzione di trasferimento da u a y.

4.2 Sia poi $G_1(z) = \dfrac{1}{z+1}$, $G_2(z) = \dfrac{\alpha}{z}$, $G_3(z) = \dfrac{1}{z-\beta}$. Si ricavino, se possibile, i valori di α e β per cui il sistema con ingresso u e uscita y e' un FIR.

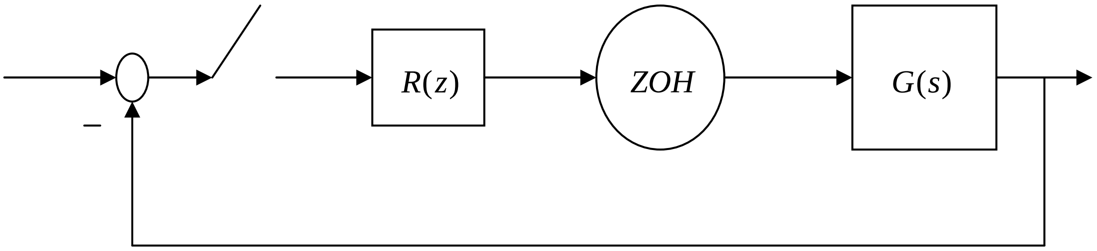
SOLUZIONE

$$G(z) = \frac{G_1(z)G_2(z)}{1 - G_1(z)G_2(z)(1 + G_3(z))} = \frac{\alpha(z-\beta)}{z^3 + z^2(1-\beta) - z(\alpha+\beta) + \alpha(\beta-1)}$$

Quindi, con $\alpha = -1,\ \beta = 1$ si ha $G(z) = \dfrac{1-z}{z^3}$ che è un sistema di tipo FIR.

ESERCIZIO 5

Con riferimento



Con riferimento al sistema di controllo digitale riportato in figura (il campionatore - ideale a cadenza uniforme - e il mantenitore ideale - di ordine zero – operano in sincronia e in fase), si enuncino, a parole, i passi che conducono al progetto di un regolatore digitale secondo il “punto di vista analogico”.

SOLUZIONE

Passi da riportare in base alle specifiche:

- scelta del periodo di campionamento
- sintesi del regolatore analogico che tenga conto del deterioramento delle prestazioni
- realizzazione digitale