Fondamenti di Automatica

Prof. Patrizio Colaneri

Seconda prova in itinere: 12 Febbraio 2014

COGNOME ---------------------------------

NOME ---------------------------------

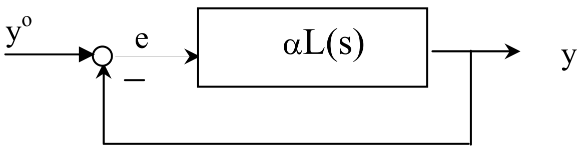
MATRICOLA ---------------------------------

FIRMA ---------------------------------

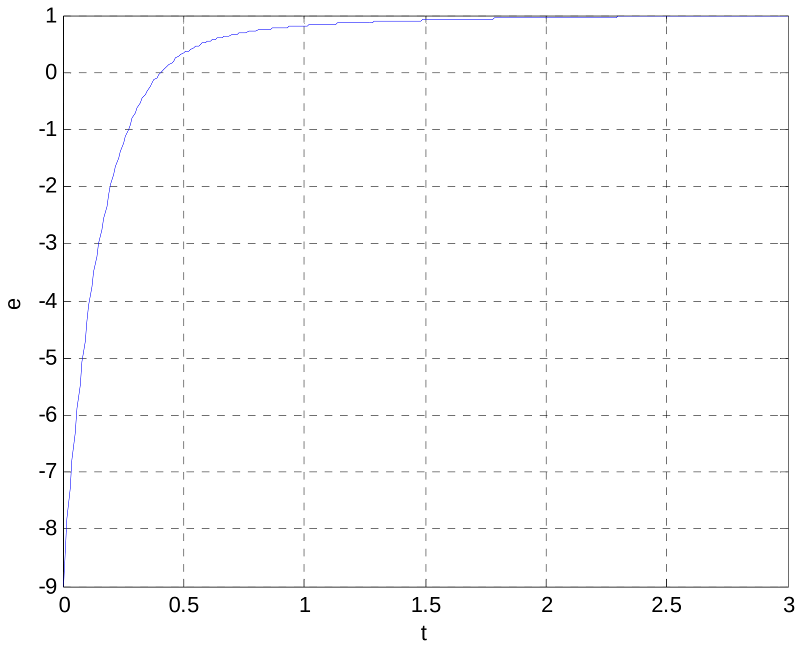
- Il fascicolo contiene 5 domande.
- Tempo = 2 ore
- Si può scrivere a matita.
- E' vietato consultare libri, dispense ed appunti.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema retroazionato



dove α è un parametro reale e L(s) è la funzione di trasferimento di un sistema del secondo ordine. In figura è disegnata la risposta dell'errore e(t) al segnale di ingresso $y^0(t) = -9(ram(t) + e^t)$ quando α=1.



1.1 Si ricavi L(s) compatibile con la risposta in figura.

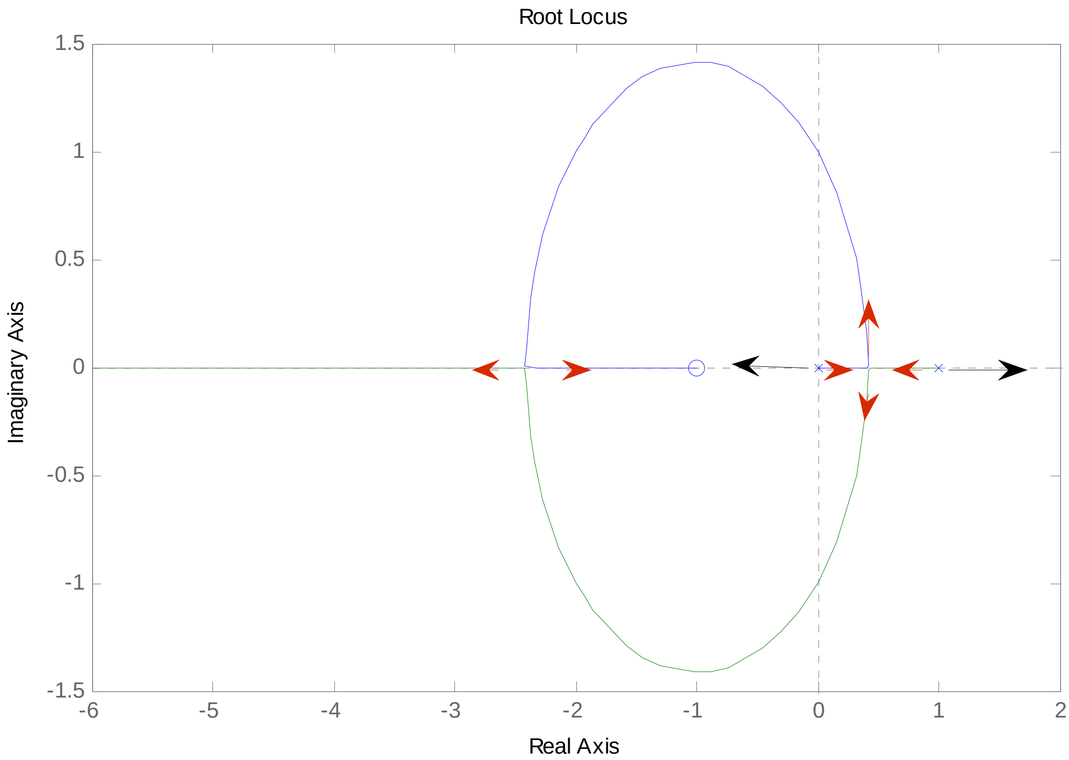
1.2 Si tracci il luogo delle radici in funzione di α e si discuta la stabilità del sistema retroazionato

SOLUZIONE

Si noti che e(∞) è finito e quindi L(s) deve contenere un polo in s=1, cioè il polo del segnale di ingresso e^t. Deve inoltre contenere un integratore (altrimenti l'errore dovuto alla rampa andrebbe all'infinito). Infine il guadagno generalizzato μ di L(s) deve essere -9 (l'errore a regime dovuto alla rampa è -9/μ). Quindi

$L(s) = \dfrac{9(1+s\tau)}{s(s-1)}$ → Il polinomio caratteristico del sistema ad anello chiuso è: $s^2 + s(9\tau - 1) + 9$.

Osservando il tempo di assestamento si può scegliere τ=1. Quindi $L(s) = \dfrac{9(1+s)}{s(s-1)}$.

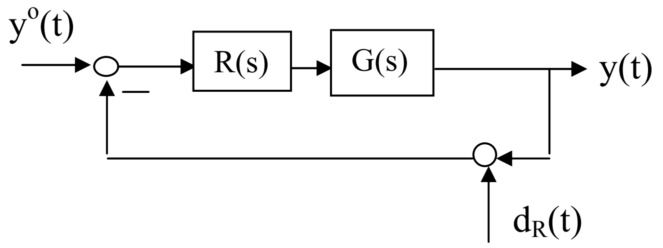


$s^2 - s + 9\alpha(s+1) = s^2 + s(9\alpha - 1) + 9\alpha$. Per α>1/9 il sistema retro azionato è asintoticamente stabile.

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento al sistema di controllo, dove

$$G(s) = 1000\frac{10-s}{(s+10)(s+20)(s+50)}$$



Sia $y^0(t) = sca(t)$ e $d_R(t) = \sin(10t)$. Si sintetizzi un regolatore R(s) in modo tale che:

- $|e_\infty|_{max} < 0.2$
- $\omega_c > 1$ r/s
- $\phi_m > 60^o$

SOLUZIONE

La condizione sull'errore (scegliendo tipo zero del regolatore) è:

$\frac{1}{1+\mu_R} + |L(j10)| < 0.2$ e quindi ad esempio $\mu_R > 10$, $|L(j10)| < 0.1$. Scegliendo $\omega_c \cong 1$ e tagliando a -20 db per decade si può scegliere $R(s) = 10\frac{1+s/20}{1+10s}$ e quindi

$L(s) = 10\frac{1-s/10}{(1+10s)(1+s/10)(1+s/50)}$ col che il margine di fase è di circa 90 gradi.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}$$

dove:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.25 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \alpha & 2 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

4.1 Si studi la stabilità interna ed esterna (BIBO) del sistema in funzione di α.

4.2 Si determini l'espressione analitica della risposta all'impulso g(k) del sistema e si discuta la presenza di oscillazioni di tale risposta in funzione di α.

SOLUZIONE

4.1 La matrice A non dipende da α e il polinomio caratteristico è: $z^2 - 0.5z - 0.5 = (z-1)(z+0.5)$. Quindi il sistema non è asintoticamente stabile (è semplicemente stabile per ogni α). La funzione di trasferimento è: $G(z) = \dfrac{(\alpha+2)z + 4 - \alpha/4}{(z-1)(z+0.5)}$. Per α=-8 si ha $G(z) = \dfrac{-6z+6}{(z-1)(z+0.5)} = \dfrac{-6}{z+0.5}$ e quindi il sistema è BIBO stabile.

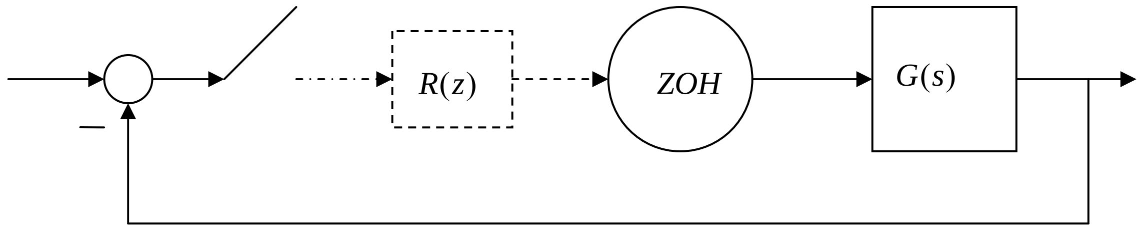
4.2 La risposta all'impulso è l'antitrasformata di $G(z) = \dfrac{0.5\alpha+4}{z-1} + \dfrac{0.5\alpha-2}{z+0.5}$ e quindi

$$g(k) = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ 0.5\alpha + 4 + (0.5\alpha - 2)(-0.5)^{k-1}, & k = 1,2,\ldots.. \end{cases}$$

Ci sono oscillazioni per la presenza di -0.5.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema ibrido



dove $G(s)=\dfrac{\mu}{s},\ \mu>0,\quad R(z)=\dfrac{1}{z}$
e il campionatore e il mantenitore operano in fase e sincronia con periodo comune T.

Si studi la stabilità del sistema di controllo in funzione di (μ,T) (punto di vista digitale) e si analizzi poi il risultato di robustezza della stabilità attraverso il "punto di vista analogico".

SOLUZIONE

Il sistema a segnali campionati corrispondente a G(s) è $G^*(z)=\dfrac{\mu T}{z-1}$ e quindi l'equazione caratteristica è $z^2-z+\mu T=0$. Le radici sono all'interno del cerchio di raggio uno se e solo se μT<1. Dal punto di vista analogico la funzione d'anello è

$L(s)=\dfrac{\mu}{s}e^{-sT}e^{-sT/2}$, con $\omega_c=\mu$. Quindi il margine di fase "equivalente" sotto le ipotesi del teorema del campionamento è $\phi_M=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{3\mu T}{2}=\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{\pi}{3}-\mu T\right)$.

ESERCIZIO 5

La trasformazione bilineare è utile per la discretizzazione di un regolatore analogico (da R(s) a R*(z)). Sia $R(s)=\frac{s+1}{s^2}$. Si dica quali tra le R*(z) indicate è ottenuta da R(s) attraverso una trasformazione bilineare oppure no, assumendo periodo di discretizzazione T=1.

❑	$R*(z)=\frac{z}{(z-1)^2}$	X	NO	α=0
❑	$R(s)=\frac{2z^2-z}{(z-1)^2}$	Ξ	NO	α=1
❑	$R(s)=\frac{(3z-1)(z+1)}{4(z-1)^2}$	Ξ	NO	α=0.5
❑	$R(s)=\frac{(5z-1)(z+3)}{16(z-1)^2}$	Ξ	NO	α=0.25