Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello del 25 Settembre 2014

Cognome ___________________________________

Nome ______________________________________

N° di Matricola ______________________________

____

Firma

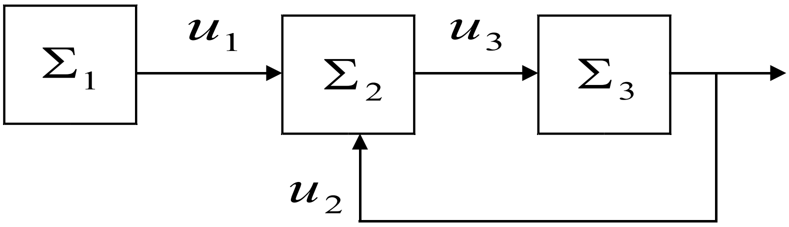
Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 4 esercizi e una domanda.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema in figura



dove Σ_1 è un sistema lineare asintoticamente stabile caratterizzato dall'equazioni $\dot{x} = Ax, \quad u_1 = Cx$, Σ_3 è un sistema lineare del secondo ordine con funzione di trasferimento $\frac{1}{s(s+1)}$, e infine Σ_2 è rappresentato dalla relazione algebrica $u_3 = u_1 - u_2^2 + 1$.

1.1 Si scrivano le equazioni del sistema complessivo in forma di stato.
1.2 Si determini gli stati di equilibrio associati
1.3 Si studi la stabilità degli stati di equilibrio

SOLUZIONE

Indicando con

$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ lo stato di Σ_3 si ha:

$$\dot{x} = Ax$$
$$\dot{z}_1 = z_2$$
$$\dot{z}_2 = -z_2 + Cx - z_1^{\;2} + 1$$

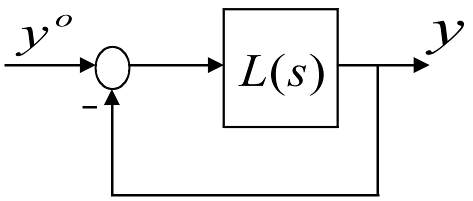
Essendo A Hurwitz (il sistema S1) è asintoticamente stabile ci sono due equilibri $x = 0,\ z_2 = 0,\ z_1 = \pm 1$. Il sistema linearizzato ha matrice dinamica

$$\delta\dot{x} = A\delta x$$
$$\delta\dot{z}_1 = \delta z_2$$
$$\delta\dot{z}_2 = -\delta z_2 + C\delta x - 2\bar{z}_1\delta z_1$$

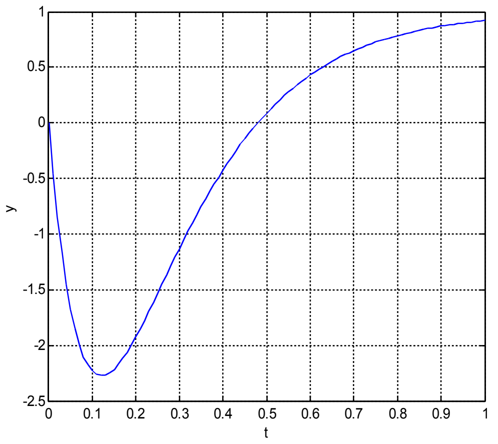
Quindi lo stato di equilibrio $x = 0,\ z_2 = 0,\ z_1 = +1$ è asintoticamente stabile mentre $x = 0,\ z_2 = 0,\ z_1 = -1$ è instabile.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema retro azionato



e la risposta di y(t) allo scalino unitario su $y^o(t)$:



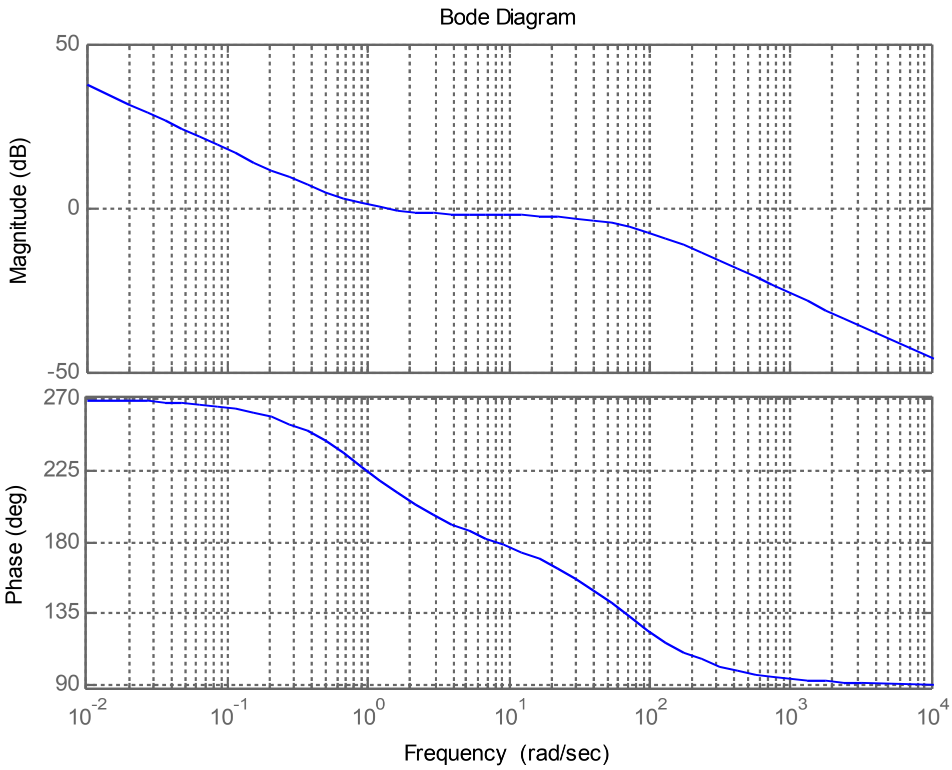
Si ricavi una funzione di anello L(s) compatibile con la risposta data e si traccino i diagrammi di Bode del modulo e della fase associati.

SOLUZIONE (sketch)

Si nota che la funzione di sensitività complementare ha guadagno unitario, è del second'ordine, ha uno zero reale positivo e due poli reali negativi. La costante di tempo dominante è di circa 0.2 sec e quindi un polo è in s=-5. In conclusione

$F(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)} = \dfrac{5p_1(1-s\tau)}{(s+p_1)(s+5)}$, $\tau > 0,\ p_1 > 5$. Inoltre dal grafico si vede cghe la derivata prima nell'origine + circa -50 e quindi $p_1\tau = 10$. Allora $F(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)} = \dfrac{5p_1 - 50s}{(s+p_1)(s+5)}$, $p_1 > 5$ e in conclusione $L(s) = \dfrac{F(s)}{1-F(s)} = \dfrac{5p_1 - 50s}{s(s+55+p_1)}$, $p_1 > 5$ [la figura è stata realizzata con $p_1 = 10$].

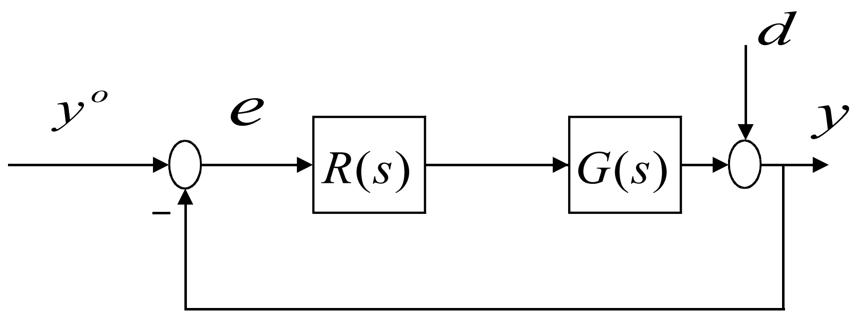
I diagrammi di L(s) sono riportati di seguito.



Bode Diagram
50
0
-50
Magnitude (dB)
270
225
180
135
90
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency (rad/sec)

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo

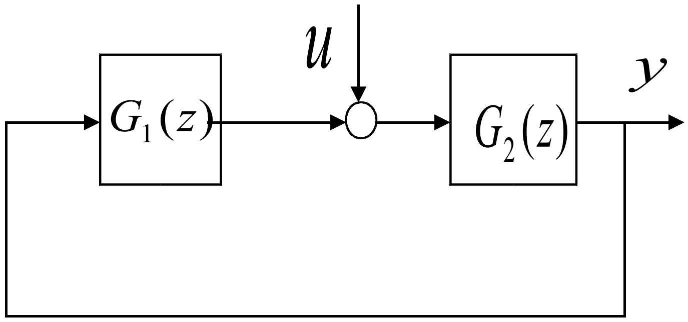


dove $G(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2}$, $y^0(t) = ram(t)$, $d(t) = \sin(t)$ Si ricavi un regolatore di tipo PID tale che:

L'errore a regime periodico permanente sia minore di 0.2.
Il margine di fase sia almeno di 45 gradi.
Il margine di fase sia maggiore di 5 rad/sec

SOLUZIONE
Il vincolo sull'errore si impone facendo in modo che il regolatore abbia un integratore puro, il guadagno generalizzato di anello sia maggiore di 10 e il modulo di L(s) in s=j sia maggiore di 20 decibel. Prendendo ad esempio il PID $R(s) = \dfrac{2(s+1)^2}{s(1+0.1s)}$ tutte le specifiche sono soddisfatte.

ESERCIZIO 4
Si consideri lo schema blocchi del sistema a tempo discreto in figura



dove $G_1(z)=\dfrac{\alpha z+\beta}{z-1}$, $G_2(z)=\dfrac{1}{z}$.

Si studi la stabilità interna del sistema retroazionato in funzione di α, β.
Si studi la stabilità esterna (BIBO) del sistema con ingresso u e uscita y.

SOLUZIONE
La funzione di trasferimento è:

$$\frac{z-1}{z^2-z(1+\alpha)-\beta}$$

Per la stabilità interna le condizioni sono $\beta>-1,\ \beta<2+\alpha,\quad \beta<-\alpha$.
Per la stabilità BIBO le condizioni sono quelle precedenti a cui si aggiunge la condizione $\alpha+\beta=0$ con $|\beta|<1$.

ESERCIZIO 5

Si formuli (con la massima precisione possibile) e si dimostri il criterio di Nyquist.

SOLUZIONE
Sul libro di testo