Fondamenti di Automatica

Allievi di Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello 11 Febbraio 2015

Cognome ______________________________________

Nome ____

N° di Matricola _________________________________

____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema non lineare

$$\dot{x}_1 = e^{-x_1}u + x_2 + ux_3 - \alpha x_1 - u$$
$$\dot{x}_2 = e^{-x_2}u + x_3 + ux_1 - \alpha x_2 - u$$
$$\dot{x}_3 = e^{-x_3}u + x_1 + ux_2 - \alpha x_{31}$$
$$y = x_1$$

dove α è un parametro reale.

1.1 Si determini l'unico stato di equilibrio $\bar{x}$ corrispondente a $u = \bar{u} = 0$
1.2 Si studi la stabilità asintotica di $\bar{x}$ funzione di α .
1.3 Si studi la asintotica stabilità e la BIBO stabilità del sistema linearizzato intorno a $\bar{x},\bar{u}$ in funzione di α

.
SOLUZIONE
In effetti per a diverso da uno c'e' il solo stato di equilibrio x=0. Il sistema linearizzato e:

$$\dot{x}_1 = \delta x_2 - \alpha\delta x_1 - \delta u$$
$$\dot{x}_2 = \delta x_3 - \alpha\delta x_2 - \delta u$$
$$\delta\dot{x}_3 = +\delta x_1 - \alpha\delta x_3$$
$$\delta y = \delta x_1$$

il polinomio caratteristico è:

$$s^3 + 3\alpha s^2 + (3\alpha^2 - 1)s + \alpha(\alpha^2 - 1)$$

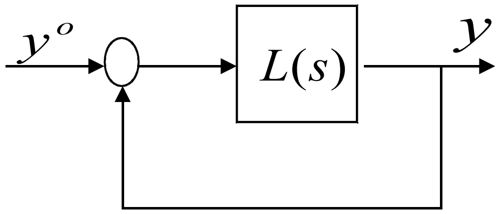
e quindi lo stato di equilibrio nullo è dunque asintoticamente stabile per α>1. La funzione di trasferimento del sistema linearizzato è:

$$\frac{1}{s^3 + 3\alpha s^2 + (3\alpha^2 - 1)s + \alpha(\alpha^2 - 1)}$$

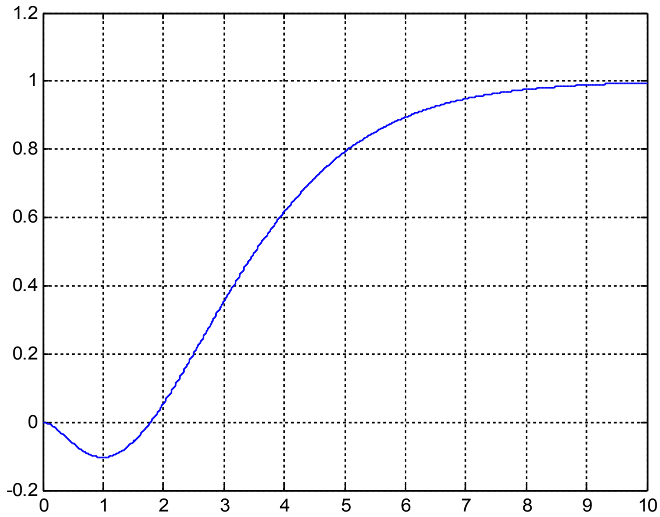
Quindi per a>1 il sistema linearizzato è asintoticamente stabile e BIBO stabile.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema retroazionato



e la risposta y(t) allo scalino unitario su y^o(t) qui riportata. Si noti in particolare che $y(0)=0$, $\dot{y}(0)=0$, $\ddot{y}(0)=-1$, $y(\infty)=1$.



2.1 Si ricavi L(s) compatibile.
2.2 Si traccino i diagrammi di Bode del modulo e della fase di L(s)
2.3 Si tracci il diagramma polare di L(s)

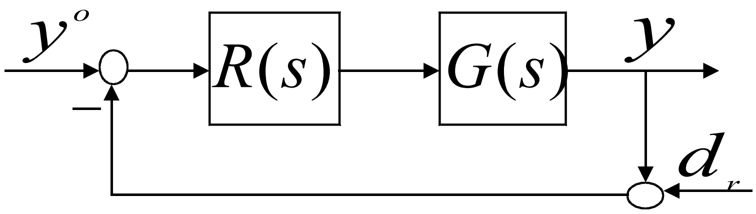
Si vede che la funzione di sensitività complementare è caratterizzata da: grado relativo 2, uno zero nel semipiano destro, guadagno statico uguale a 1, poli reali negativi, $\lim_{s\to\infty} s^2F(s)=-1$
Quindi

$$F(s)=\frac{1-s\tau}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)},\quad \frac{\tau}{T_1T_2T_{31}}=1$$

Ad esempio $F(s)=\frac{1-s}{(1+s)^3}$ da cui $L(s)=\frac{1-s}{s(s^2+3s+4)}$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo

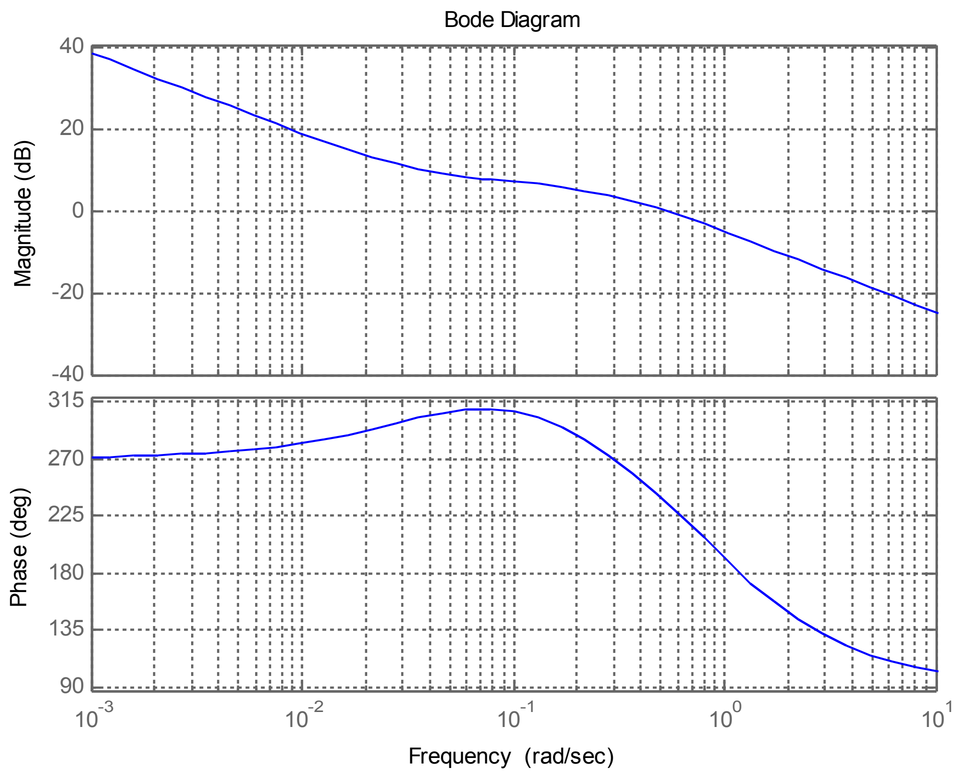


dove $G(s)=\dfrac{1-s}{s(s+1)}$, $y^o(t)=sca(t)$, $d_r(t)=\sin(10t)$.

Si progetti $R(s)$, del minimo orsine possibile, in maniera tale che (i) l'errore a transitorio esaurito sia a media nulla e ampiezza minore di 0.1, (ii) il margine di fase sia almeno di 60 gradi, (iii) la pulsazione critica si almeno di 0.5 rad/sec.

SOLUZIONE

L'integratore in G(s) già garantisce errore a media nulla. L'ampiezza è minore di un decimo dell'ampiezza del disturbo se |F(j10)|<0.1, e ciò si esprime nel dire che |L(j10)|<0.1 (-20db).
Una rete stabilizzatrice di tipo anticipativo è sufficiente a garantire le specifiche, ad esempio $R(s)=\mu_r\dfrac{1+s\tau}{1+Ts}$, con $\tau=20$, $T=4$ e $\mu_r=0.1$.



ESERCIZIO 4

Si consideri al funzione di trasferimento di un sistema del second'ordine,

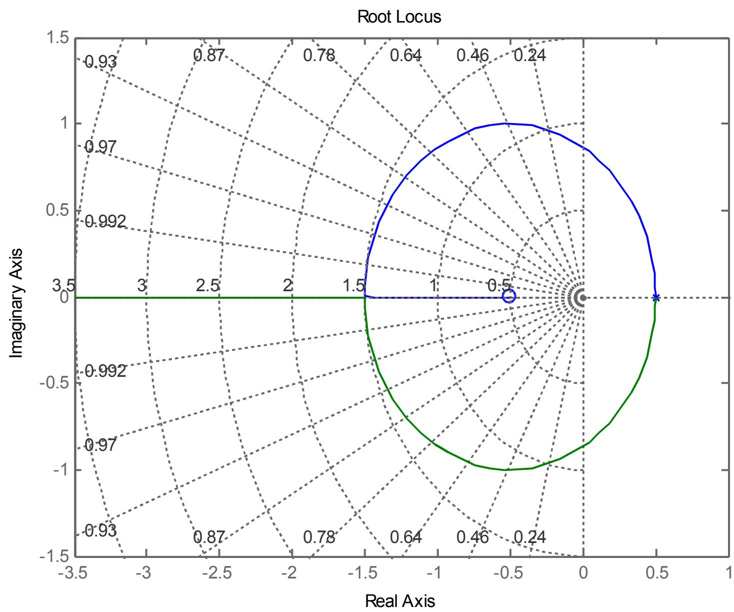
$$L(p) = \alpha \frac{p + 0.5}{(p - 0.5)^2}$$

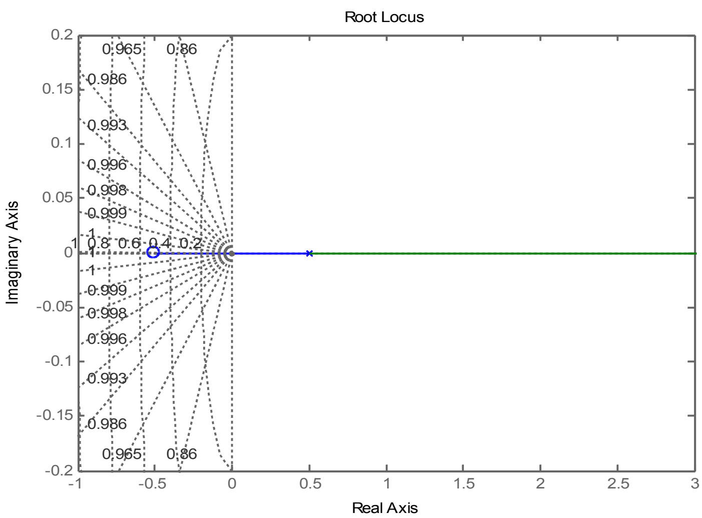
dove p=s per sistemi a tempo continuo e p=z per sistemi a tempo discreto.

4.1 Si tracci il luogo delle radici (diretto e inverso)
4.2 Si discuta la stabilità del sistema retro azionato (a tempo continuo, p=s) in funzione di α
4.3 Si discuta la stabilità del sistema retro azionato (a tempo continuo, p=z) in funzione di α

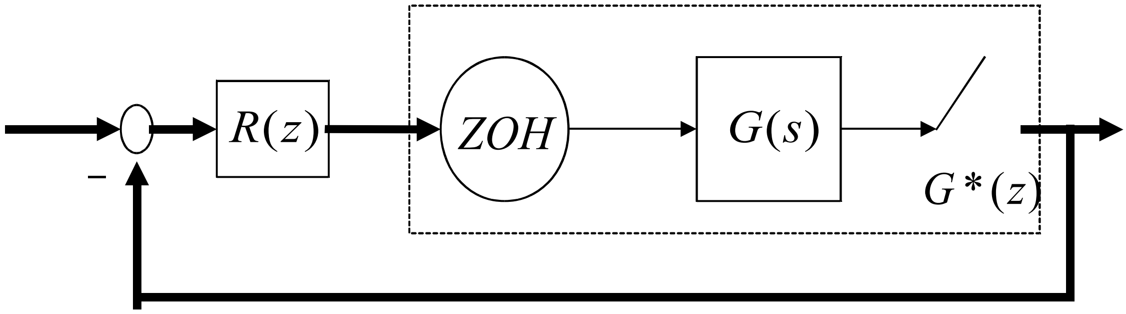
SOLUZIONE

$\alpha>1$ (continuo), $-1/6 < \alpha < 3/2$ (discreto)





5) Si consideri il sistema di controllo digitale



dove $G(s)=\frac{1}{s}$ e $R^*(z)=\frac{\alpha}{z}$, dove a è un parametro reale. I convertitori operano in fase e sincronia con periodo T.

5.1 Si discuta la stabilità del sistema in funzione di α e T, confrontando i risultati ottenuti perseguendo sia il "punto di vista analogico" che il "punto di vista digitale".

5.2 Si dica come si possa calcolare l'espressione analitica di y(t) (uscita di G(s)), quando il riferimento è uno scalino.

SOLUZIONE

Dal punto di vista digitale: il sistema a segnali campionati ha funzione di trasferimento $G^*(z)=\frac{T}{z-1}$ e quindi la funzione d'anello è $L^*(z)=\frac{\alpha T}{z(z-1)}$. Il sistema è stabile se e solo se $\alpha T<1$, con α positivo.

Dal punto di vista analogico lo schema è equivalente (sotto le ipotesi di validità del teorema del campionamento e le approssimazioni successive) a un sistema analogico con funzione d'anello

$$L(s)=\frac{1}{s}\alpha e^{-sT}e^{-sT/2}$$

Applicando il teorema di Bode si ha $\alpha T<\pi/3$.

Per calcolare la risposta y(t) basta calcolare prima u*(k), ricordando che la funzione di trasferimento dal riferimento ad u*(k) è R*(z)/(1+L*(z)) e poi calcolare y(t) ricordando che u(t) è costante a tratti e coincide con u*(k) negli istanti di campionamento.

6) Con riferimento al mantenitore ideale di ordine zero (ZOH), si dimostri come si ricava la funzione caratteristica $H_0(s)$, che descrive il comportamento in frequenza del convertitore.

SOLUZIONE
Si veda il libro di testo