

Fondamenti di Automatica

Allievi di Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello 11 Settembre 2015

Cognome _____

Nome _____

N° di Matricola _____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.
Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.



ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema non lineare

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$u = \alpha y + \beta y^2$$

dove α e β sono parametri reali.

Si determinino gli stati di equilibrio e si studi la stabilità asintotica degli equilibri trovati in funzione dei parametri.

SOLUZIONE

Ci sono due stati di equilibrio:

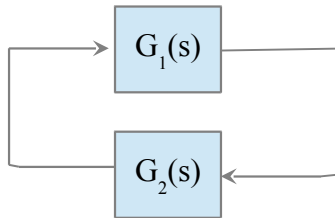
$$\bar{x} = 0, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha}{\beta} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1-\alpha & -1+\alpha \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1+\alpha & -3-\alpha \end{bmatrix}$$

Quindi $\bar{x} = 0$ è asintoticamente stabile per $-1 < \alpha < 1$ mentre il secondo è asintoticamente stabile per $-3 < \alpha < -1$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema retroazionato



$$\text{con } G_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{1}{(s+2)(s+\alpha)}.$$

Si studi la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α .

SOLUZIONE

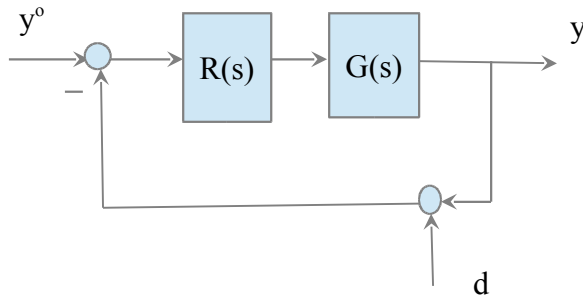
Polinomio caratteristico:

$$(s+1)(s+2)(s+\alpha) - 1 = s^3 + (3+\alpha)s^2 + (2+3\alpha)s + 2\alpha - 1$$

per cui (Routh-Hurwitz) $0.5 < \alpha$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo

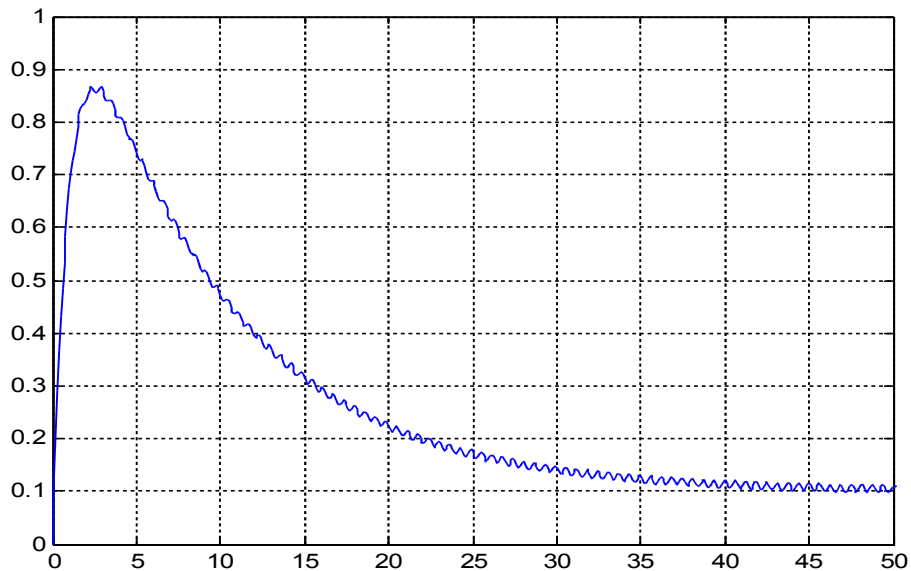


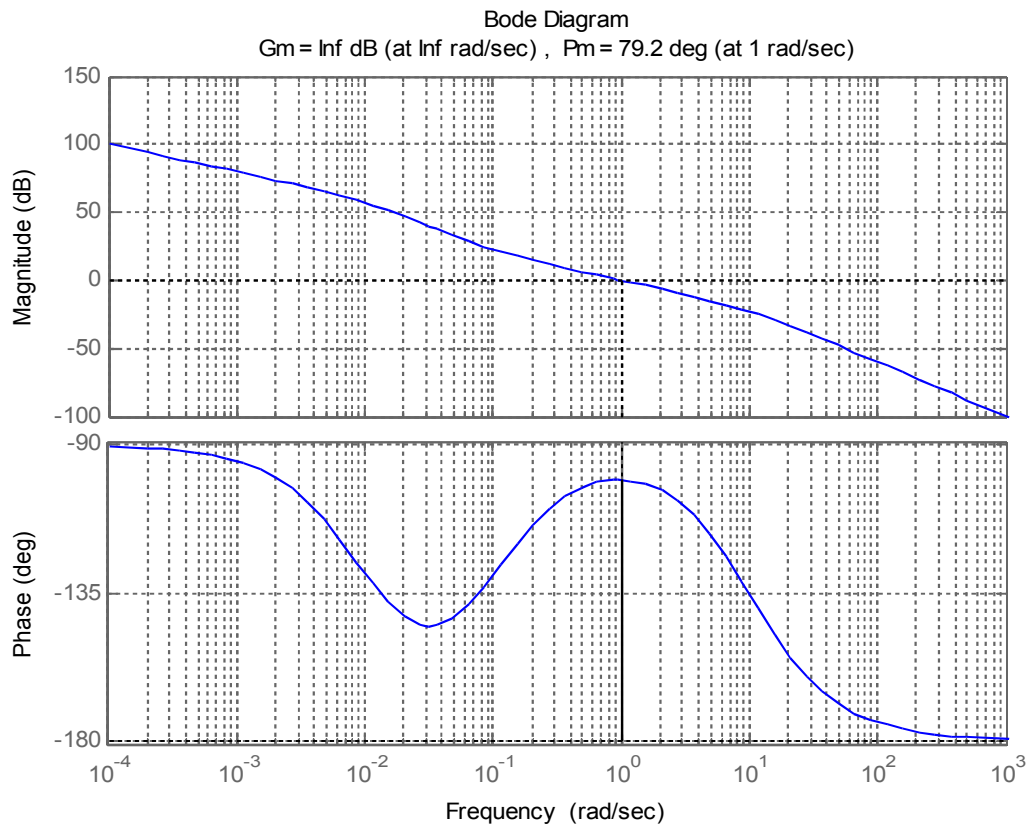
dove $G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$, $y^o(t) = \text{ram}(t)$, $d(t) = \sin(10t)$.

Si progetti $R(s)$, in maniera tale che (i) l'errore a transitorio esaurito sia in media minore di 0.1 e ampiezza minore di 0.05, (ii) il margine di fase sia almeno di 60 gradi.

SOLUZIONE

Rete a sella con guadagno poco meno che unitario, zeri in -1, -0.1 poli in -0.01, -10. Risposta dell'errore:





ESERCIZIO 4

Si descriva il comportamento i/o (nel tempo e nelle frequenze) di un campionatore ideale a cadenza uniforme (periodo T).

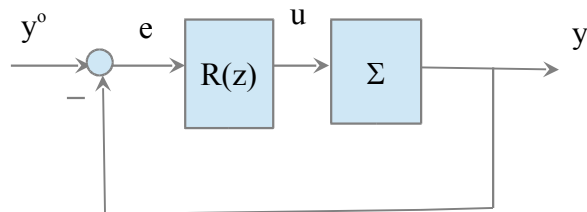


SOLUZIONE

Si veda libro di testo

ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo a **tempo discreto**



dove Σ è descritto dalle equazioni di stato:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix} x(k)$$

Si ricavi $R(z)$ in modo tale che l'errore $e(k)$ sia nullo dopo un numero finito (e minimo) di passi.

SOLUZIONE

Il sistema Σ ha fdt

$$G(z) = \frac{z-2}{z(z+1)}$$

$$F(z) = \frac{(z-2)(\alpha z + \beta)}{z^3}, \quad -\alpha - \beta = 1, \quad 3(-\alpha + \beta) = 1$$

$$F(z) = -\frac{(z-2)(2z+1)}{3z^3}$$

$$R(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{F(z)}{1-F(z)} = -\frac{z(2z+1)}{(3z+2)(z-1)}$$