Fondamenti di Automatica

Allievi di Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello 21 Luglio 2015

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola _________________________________

____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema non lineare

$$\dot{x}_1 = x_1 u + x_2$$
$$\dot{x}_2 = x_2 u + x_1$$
$$u = x_1 + x_2$$

Si determinino gli stati di equilibrio e si studi la stabilità asintotica degli equilibri trovati.

SOLUZIONE
Ci sono due stati di equilibrio:

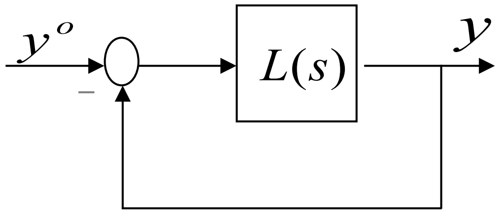
$$\bar{x} = 0, \quad \bar{x} = -\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -1.5 & 0.5 \\ 0.5 & -1.5 \end{bmatrix}$$

Quindi il primo è instabile, il secondo è asintoticamente stabile.

ESERCIZIO 2

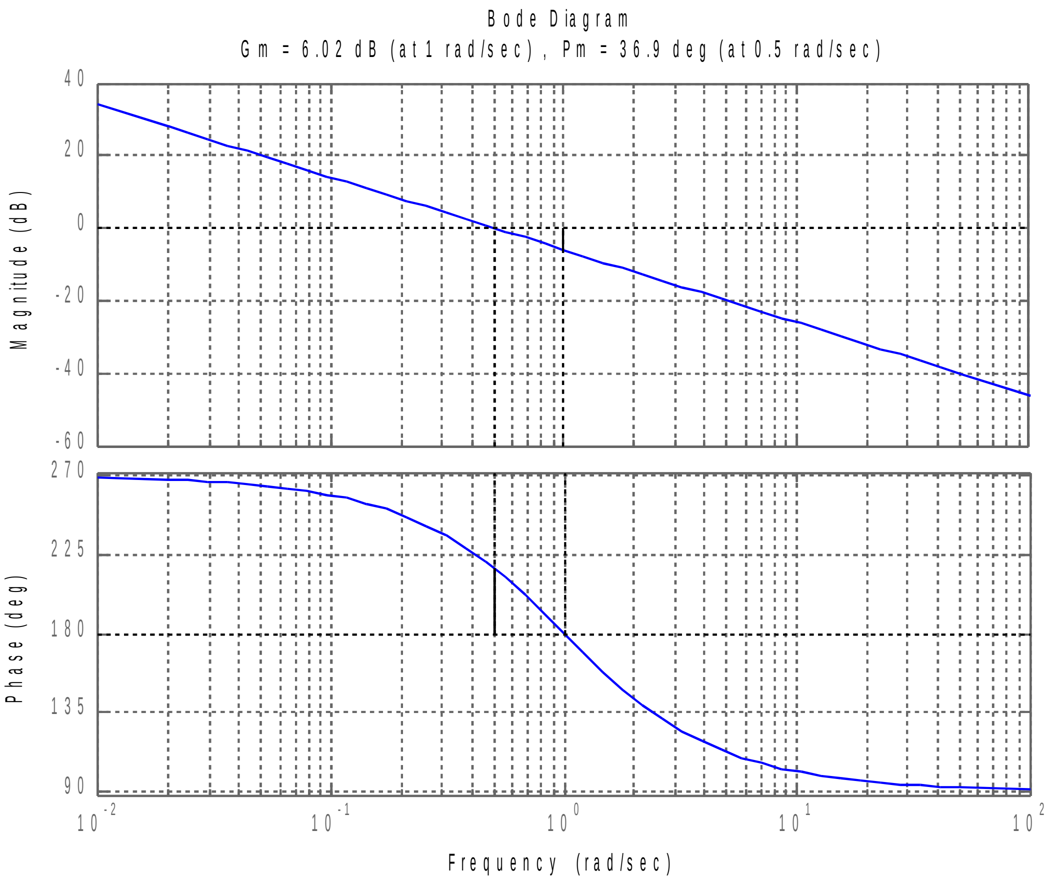
Si consideri il sistema retroazionato



con $L(s) = \dfrac{\alpha(1-s)}{s(s+1)^2}$

2.1 Si studi la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α.

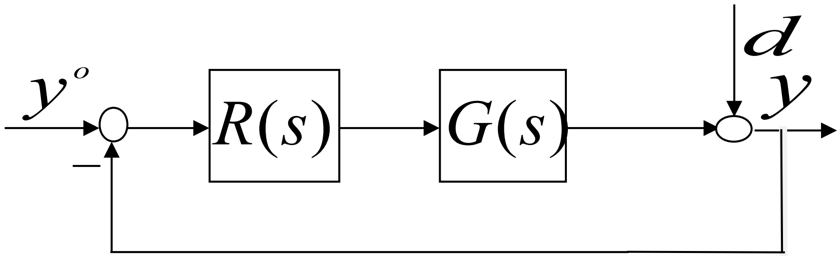
2.2 Si ponga α=0.5 e, attraverso il diagramma di Bode del modulo e della fase di L(s), si calcoli il margine di fase e il margine di guadagno.



SOLUZIONE 0<α<2/3

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo

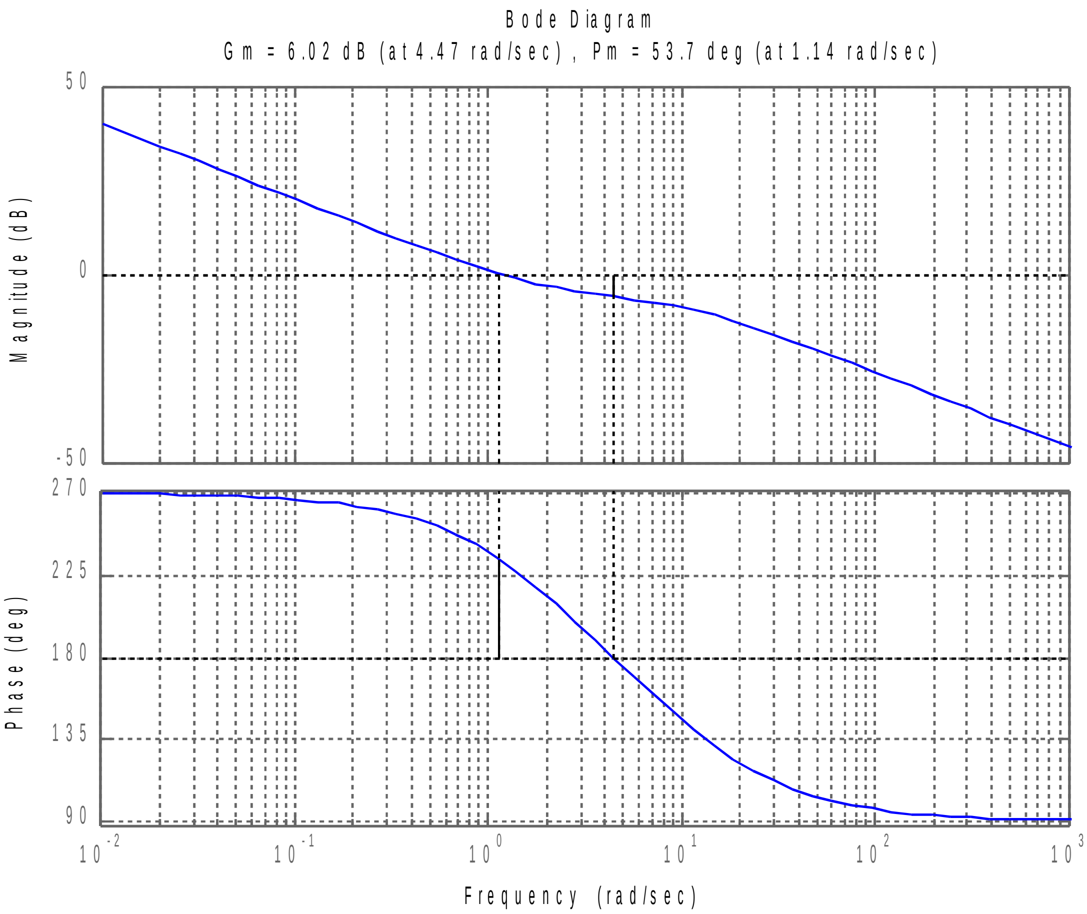


dove $G(s) = \dfrac{1-0.5s}{s(s+1)}$, $y^o(t) = sca(t)$, $d(t) = \sin(0.05t)$.

Si progetti $R(s)$, del minimo ordine possibile, in maniera tale che (i) l'errore a transitorio esaurito sia a media nulla e ampiezza minore di 0.1, (ii) il margine di fase sia almeno di 45 gradi.

SOLUZIONE
Ad esempio:

$$R(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}$$



ESERCIZIO 4

Si consideri al funzione di trasferimento di un sistema del second'ordine, a tempo discreto.

$$G(z) = \frac{z+0.5}{(z-0.5)^2}$$

Si ricavi l'espressione della risposta analitica dell'uscita y(k) quando l'ingresso è un impulso unitario.

SOLUZIONE

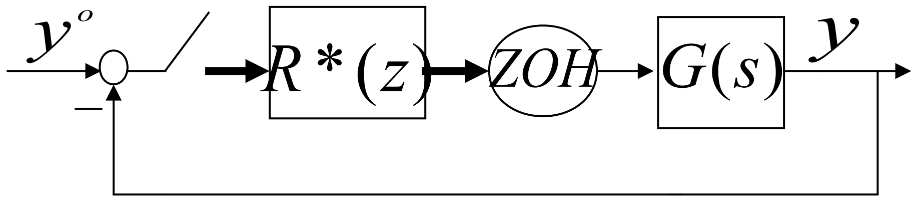
La trasformata dell'impulso è 1. Quindi

$$Y(z) = G(z) = \frac{1}{z-0.5} + \frac{1}{(z-0.5)^2}$$

e quindi

$$y(k) = (0.5^{k-1} + (k-1)0.5^{k-2})sca(k-1)$$

5) Si consideri il sistema di controllo digitale



dove $G(s) = \dfrac{1}{s+1}$ e $R^*(z) = \dfrac{2}{z}$. I convertitori operano in fase e sincronia con periodo T.

Si discuta la stabilità del sistema in funzione di T, confrontando i risultati ottenuti perseguendo sia il "punto di vista analogico" che il "punto di vista digitale".

SOLUZIONE

Punto di vista digitale (esatto):
Il sistema a segnali campionati corrispondente a G(s) è:
$G^*(z) = \dfrac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}$ e quindi la funzione d'anello è: $L^*(z) = \dfrac{2(1-e^{-T})}{z(z-e^{-T})}$. L'equazione caratteristica $z^2 - e^{-T}z + 2(1-e^{-T}) = 0$ che ha radici all'interno del cerchio unitario se e solo se $T < \ln(2)$.

Punto di vista analogico (approssimato).
La funzione d'anello "equivalente" è: $L(s) = \dfrac{2e^{-1.5sT}}{s+1}$. La pulsazione critica è $\omega_c = \sqrt{3}$ e il margine di fase è $\phi_m = \pi - 1.5\sqrt{3}T - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{2\pi}{3} - 1.5\sqrt{3}T$ radianti. Per cui $T < \dfrac{4\pi}{9\sqrt{3}}$