# Fondamenti di Automatica

Allievi di Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

Appello del 24 Settembre 2015

Cognome ________________________________________

Nome ____________________________________________

N° di Matricola ___________________________________

_________________________

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.
Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema non lineare

$$\dot{x}_1 = x_1 - x_1 x_2 + u$$
$$\dot{x}_2 = x_2 - x_1 x_2 + u$$
$$y = x_1 + x_2$$

1.1 Si ricavino gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $\overline{u} = 1$.
1.2 Si studi la stabilità degli stati di equilibrio.
1.3 Si ricavino le funzioni di trasferimento corrispondenti ai sistemi linearizzati intorno agli equilibri ricavati.

SOLUZIONI

1.1 $\overline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha, \quad \alpha = 1 \pm \sqrt{5}$

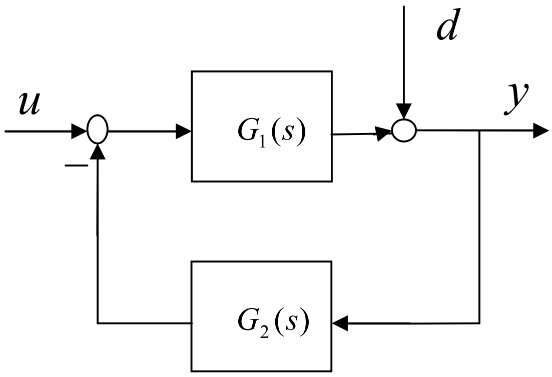
1.2 $A = \begin{bmatrix} 1-\alpha & -\alpha \\ -\alpha & 1-\alpha \end{bmatrix} \rightarrow s^2 \pm 3.2361 s \mp 2.2361$

Entrambi gli stati di equilibrio sono instabili.

1.3
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s(\alpha - 1) + 1 - 2\alpha} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + \alpha - 1 & -\alpha \\ -\alpha & s + \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$$
$$= \frac{2(s-1)}{s^2 \pm 3.2361 s \mp 2.2361}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri lo schema del sistema retroazionato




dove $G_1(s) = \frac{1}{s}$, $G_2(s) = \frac{8-s}{s+10}$, $u(t) = sca(t)$, $d(t) = ram(t)$.

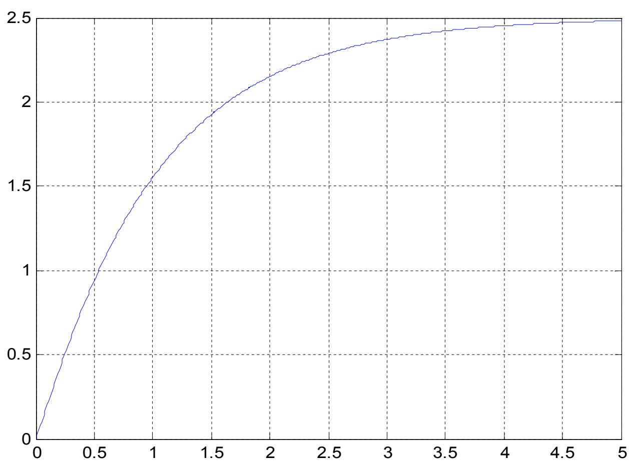
Si ricavi l'espressione analitica della risposta y(t) e si tracci il grafico di y(t).

SOLUZIONI

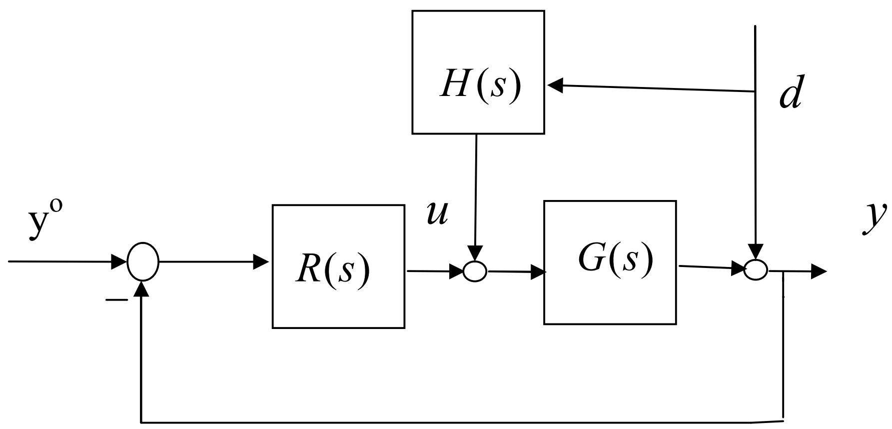
$$Y(s) = \frac{G_1(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} Y^o(s) + \frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)} D(s) = \frac{2(s+10)}{s(s+1)(s+8)}$$

$$= \frac{5/2}{s} - \frac{18/7}{s+1} + \frac{1/14}{s+8}$$

$$y(t) = 5/2 - 18/7e^{-t} + 1/14e^{-8t}$$



ESERCIZIO 3




Si consideri il sistema di controllo in figura, dove $G(s)=\dfrac{1-s}{s(s+1)}$.

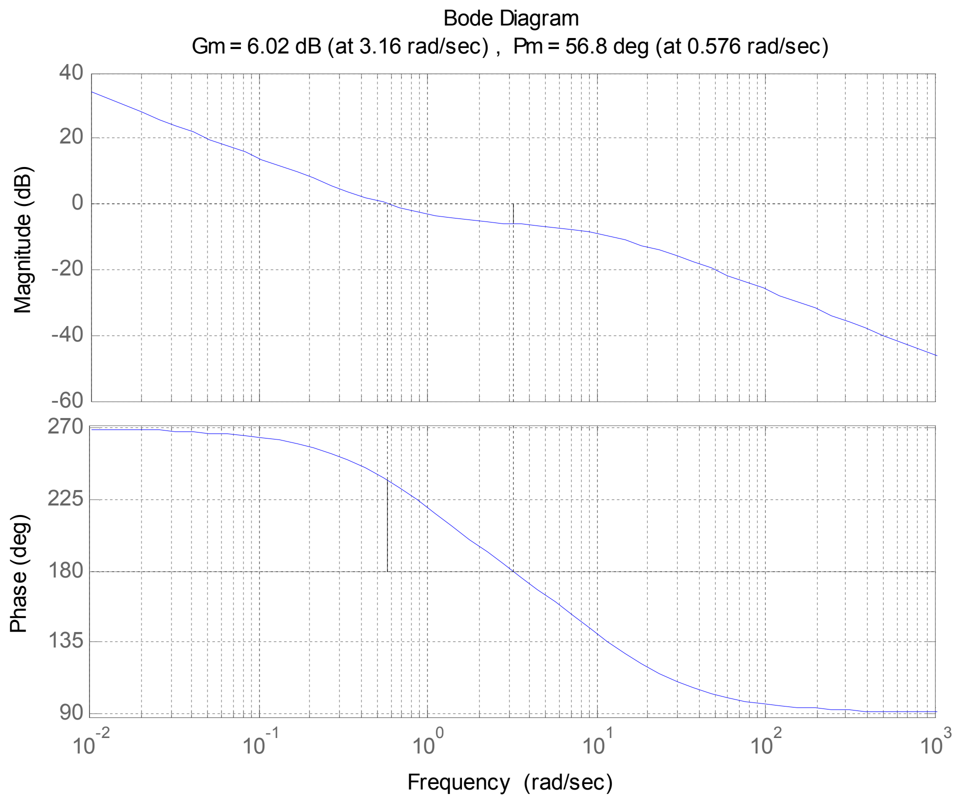
Si ricavino R(s) e H(s) in modo tale che la pulsazione critica sia maggiore di 0.3 rad/se, il margine di fase sia maggiore di 50 gradi e l'errore a regime sia nullo quando $y^o(t)$=sca(t) e d(t)=sin(t).

SOLUZIONI

Con $R(s)=0.5\dfrac{s+1}{0.1s+1}$ e $H(s)=1$ si ha

$$Y(s)=\frac{G(s)H(s)+1}{1+G(s)H(s)}\frac{1}{s^2+1}+\frac{R(s)G(s)}{1+G(s)H(s)}\frac{1}{s}=\frac{1}{10s^2+0.5s+0.5}+\frac{0.5(1-s)}{s(10s^2+0.5s+0.5)}$$

Quindi a transitorio esaurito $y(t)$ tende a uno (l'errore tende a zero). I diagrammi di $L(s)$ sono riportati in figura.


Bode Diagram
Gm = 6.02 dB (at 3.16 rad/sec) , Pm = 56.8 deg (at 0.576 rad/sec)
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
Phase (deg)
270
225
180
135
90
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
Frequency (rad/sec)

ESERCIZIO 4

Si consideri un sistema lineare a tempo discreto con ingresso u(k) e uscita y(k), descritto dall'equazioni:

$$y(k+2)+0.5y(k+1)+\alpha y(k)=u(k+1)-u(k)$$

dove $\alpha$ è un parametro reale.

4.1 Si ricavi una realizzazione in spazio di stato del sistema e si studi la stabilità interna del sistema in funzione di $\alpha$.

4.2 Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema e si studi al stabilità esterna (BIBO) in funzione di $\alpha$.

SOLUZIONI
Funzione di trasferimento

$$G(z)=\frac{z-1}{z^2+0.5z+\alpha}$$

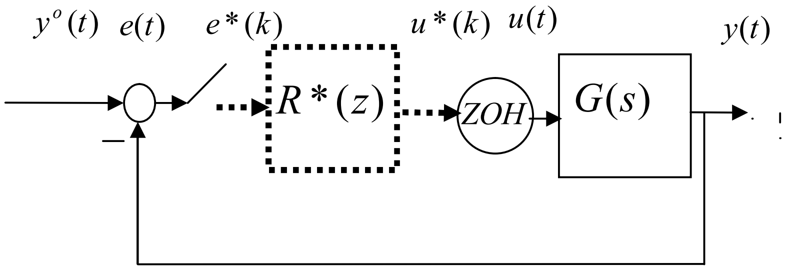
Realizzazione (forma canonica controllo)

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\alpha & -0.5\end{bmatrix}x(k)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(k)$$
$$y(k)=\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}x(k)$$

Polinomio caratteristico
$z^2+0.5z+\alpha$ .

Quindi $-0.5<\alpha<1$ .

ESERCIZIO 5




Si consideri lo schema di controllo ibrido in figura, dove i convertitori lavorano in fase e sincronia (periodo T) e $G(s) = \dfrac{10}{s+1}$ .

Si ricavi T e un regolatore a tempo discreto $R^*(z)$ in maniera tale che l'errore $e^*(k) = e(kT)$ sia nullo dopo un numero di passi finito (e più piccolo possibile), e il tempo di assestamento a fronte di un riferimento a scalino sia minore di 1 secondo.

SOLUZIONI

Il sistema a segnali campionati corrispondente a G(s) ha funzione di trasferimento $G^*(z) = \dfrac{10(1-e^{-T})}{z-e^{-T}}$. Scegliendo $F^o(z) = \dfrac{1}{z}$ si ha $R^*(z) = \dfrac{0.1(z-e^{-T})}{(1-e^{-T})(z-1)}$.

Si ha $e^*(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k>0 \end{cases}$, $u^*(k) = \begin{cases} \dfrac{0.1}{1-e^{-T}}, & k=0 \\ 0.1, & k>0 \end{cases}$, $u(t) = \begin{cases} \dfrac{0.1}{1-e^{-T}}, & 0 \le t < T \\ 0.1, & t \ge T \end{cases}$

$$e(t) = \begin{cases} \dfrac{e^{-t}-e^{-T}}{1-e^{-T}}, & t < T \\ 0, & t \ge T \end{cases}$$

Quindi si può scegliere T<1.