Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

11 Febbraio 2015

SECONDA PROVA IN ITINERE

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola __________________________________

____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

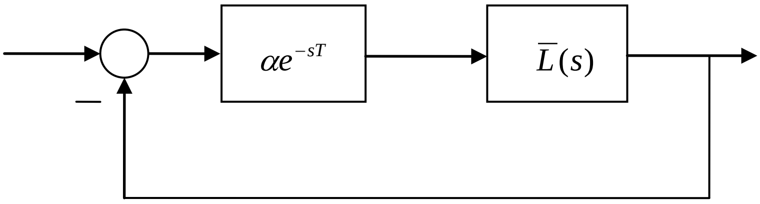
Questo fascicolo contiene 4 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema in figura, dove

$$\bar{L}(s) = \frac{10 - s}{s(10 + s)}$$



Si caratterizzino tutti i valori (positivi) dei parametri (α,T) tali che il sistema in anello chiuso in figura sia asintoticamente stabile.

SOLUZIONE

Essendo $\omega_c = \alpha$, la fase critica è:

$\phi_c = -\pi/2 - \alpha T - 2\arctan(\alpha/10)$

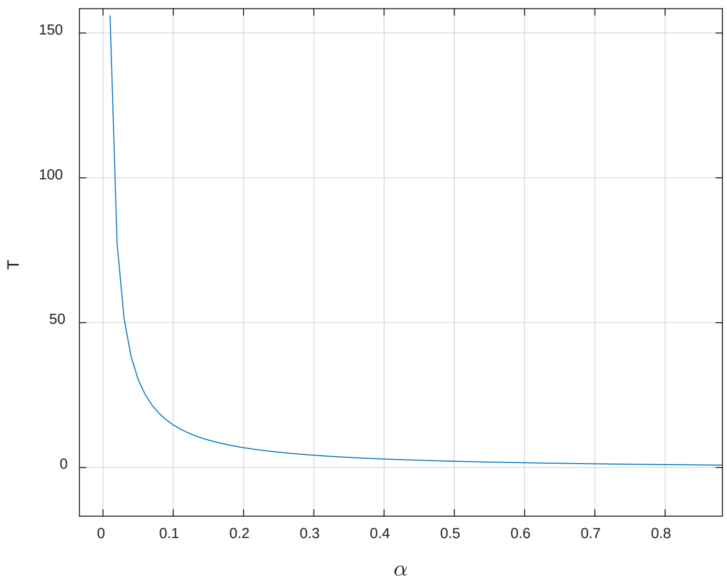
Quindi il margine di fase è:

$\phi_m = \pi/2 - \alpha T - 2\arctan(\alpha/10)$

e risulta positivo per

$$\boxed{\alpha T + 2\arctan(\alpha/10) < \pi/2}$$

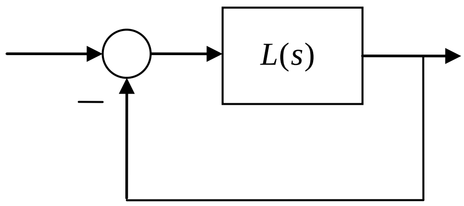
cioè per i valori di (α,T) al di sotto della curva in figura.



ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema in figura, dove

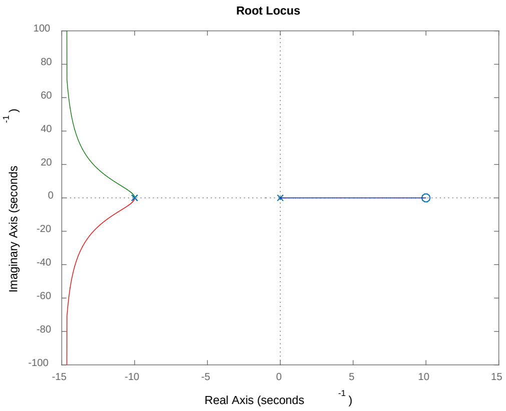
$$L(s) = \alpha \frac{s-10}{s(10+s)^2}$$

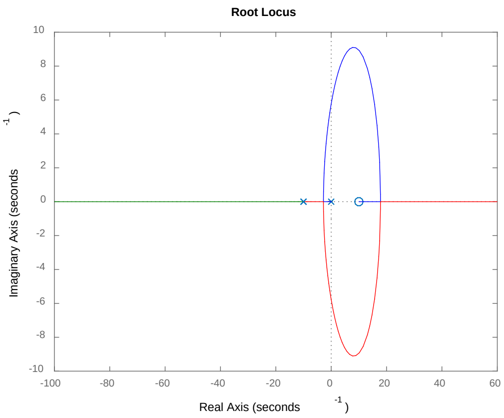


Si disegni il luogo delle radici, diretto e inverso, e si discuta la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α.

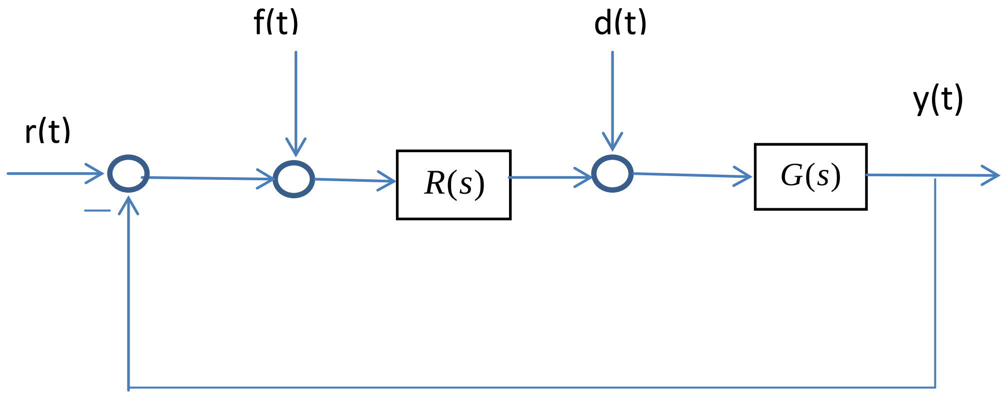
SOLUZIONE

I luoghi (qualitativi) diretto e inverso sono raffigurati nelle figure seguenti. Si ha stabilità asintotica per **$-200/3<a<0$.**





ESERCIZIO 3
Si consideri lo schema a blocchi seguente



dove $G(s)=\frac{1}{s}$, $f(t)=\sin(t)$, $r(t)=sca(t)$, $d(t)=sca(t)$.

3.1 Si ricavi $R(s)$ in modo tale che

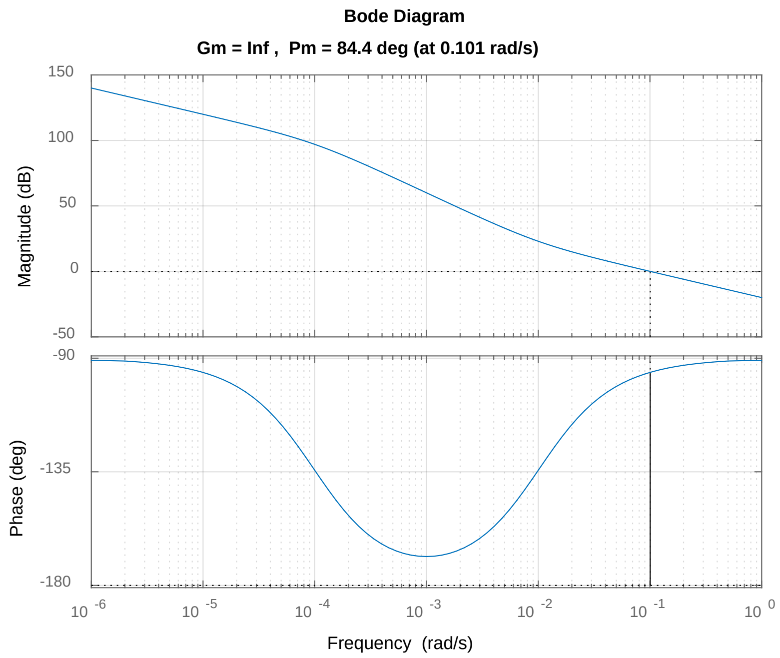
1) Il valore assoluto dell'errore (sinusoidale) a transitorio esaurito sia minore di 0.1 in media e minore di 0.1 in ampiezza.
2) La pulsazione critica sia maggiore o uguale a 0.1 rad/sec.
3) Il margine di fase sia maggiore o uguale a 70 gradi.

3.2 Si discretizzi $R(s)$ ricavato precedentemente con il metodo di Tustin, lasciando indeterminato il tempo di campionamento T>0. Si ricavi quindi $R^*(z)$.

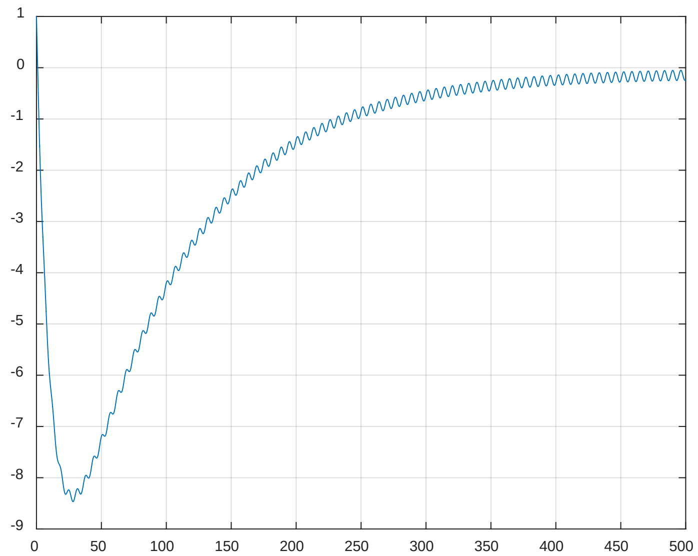
3.3) Si discutano le proprietà di stabilità (del sistema di controllo digitale corrispondente con il campionatore e il mantenitore in fase e sincroni) in funzione di T, "dal punto di vista analogico".

3.4 Si discutano le proprietà di stabilità stabilità (del sistema di controllo digitale corrispondente con il campionatore e il mantenitore in fase e sincroni) in funzione di T, "dal punto di vista digitale".

SOLUZIONE
E' sufficiente considerare un guadagno uguale a 10 con la rete ritardatrice
$R(s)=\frac{10(1+100s)}{1+10000s}$. Quindi $L(s)=\frac{10(1+100s)}{s(1+10000s)}$. Il diagrammi di Bode sono di seguito riportati.



Si vede che il margine di fase è di circa 85 gradi, la pulsazione critica di circa 0.1 rad/sec, l'attenuazione a 1 rad/sec di circa 20 decibel. Essendo il guadagno generalizzato di L uguale a 10 tutte le specifiche sono verificate. Nella figura seguente si trova la risposta dell'errore e(t) ai segnali r,f,d indicati.



3.2 Il degrado di margine di fase massimo possibile per il sistema "equivalente" dal punto di vista analogico è $\phi m = \omega c T/2$, quindi $T < \pi/10$.

3.3 Con la trasformazione di Tustin $s \to \dfrac{2(z-1)}{T(z+1)}$ si ha $R^*(z) = \dfrac{10(z(T+200)+T-200)}{z(T+20000)+T-20000}$

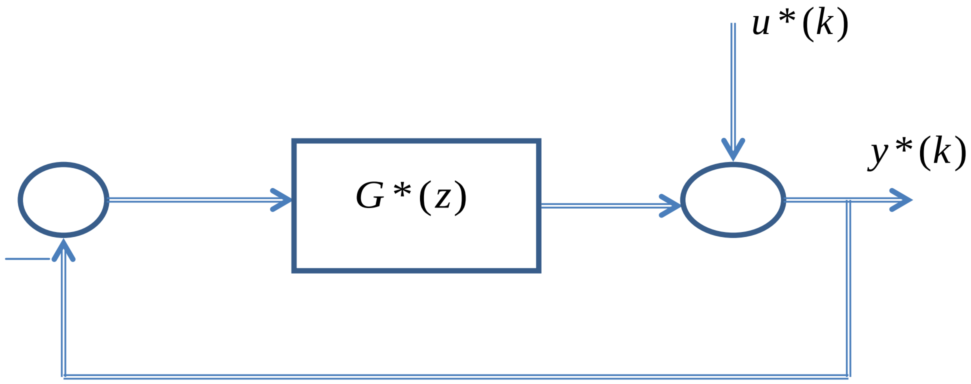
Inoltre $G^*(z) = \dfrac{T}{z-1}$ e quindi $L^*(z) = \dfrac{10T(z(T+200)+T-200)}{(z-1)(z(T+20000)+T-20000)}$.

L'equazione caratteristica del sistema in anello chiuso è

$z^2(T+20000)+z(10T^2+2000T-40000)+10T^2-2001T+20000=0$ da cui si conclude T<20.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo



dove $G^*(z) = \dfrac{0.25}{z(z-1)}$, $u^*(k) = sca^*(k)$. Si calcoli l'espressione analitica di $y^*(k)$, insieme ai campioni $y^*(0), y^*(1), y^*(2), y^*(3), y^*(\infty)$.

SOLUZIONE

La FDT da u* a y* è $\dfrac{1}{1+G^*(z)} = \dfrac{z(z-1)}{(z-0.5)^2}$. Quindi $Y^*(z) = \dfrac{z^2}{(z-0.5)^2} = 2z\dfrac{0.5z}{(z-0.5)^2}$. Infine $y^*(k) = (k+1)(0.5)^k$, $k \geq 0$, e quindi $y^*(1) = 0, y^*(1) = 1, y^*(2) = 1, y^*(3) = 0.75, y^*(\infty) = 0$.