Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

22 Febbraio 2016

Cognome ____

Nome ____

N° di Matricola ___________________________________

____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema nonlineare con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$ descritto da

$$\dot{x}_1(t) = \frac{-x_1(t)+u(t)}{x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)}$$
$$\dot{x}_2(t) = \frac{-x_2(t)+x_1(t)}{x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)}$$
$$\dot{x}_3(t) = \frac{-x_3(t)+x_2(t)}{x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)}$$
$$y(t) = x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)$$

1.1) Si ricavi lo stato di equilibrio $\bar{x}$ corrispondente all'ingresso $u = 1$.
1.2) Si studi la stabilità di tale di equlibrio.
1.3) Si scriva la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema linearizzato
1.4) Si studi la stabilità BIBO del sistema linearizzato

SOLUZIONE

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{3}\delta x_1(t) + \frac{1}{3}\delta u(t)$$
$$\delta\dot{x}_2(t) = \frac{1}{3}\delta x_1(t) - \frac{1}{3}\delta x_2(t)$$

AS. stabile

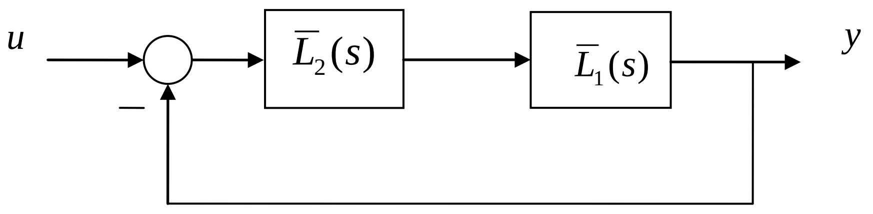
$$\delta\dot{x}_3(t) = \frac{1}{3}\delta x_2(t) - \frac{1}{3}\delta x_3(t)$$
$$\delta y(t) = \delta x_1(t) + \delta x_2(t) + \delta x_3(t)$$
$$G(s) = \frac{s^2 + s + 1/3}{(s+1/3)^3}$$

BIBO stabile

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema in figura, dove

$$\bar{L}_1(s) = \frac{10-s}{s(\alpha+s)}, \quad \bar{L}_2(s) = \frac{s-\alpha}{s+10}$$



2.1 Si caratterizzino tutti i valori del parametr α tale che il sistema in anello chiuso in figura sia asintoticamente stabile.
2.2 Si caratterizzino tutti i valori dei parametro α tale che il sistema in anello chiuso dall'ingresso u all'uscita y in figura sia BIBO stabile

SOLUZIONE

Il polinomio caratteristico del sistema in anello chiuso è:

$$s^3 + (9+\alpha)s^2 + (11\alpha+10)s - 10\alpha$$

Quindi

$$11(\alpha+10)(\alpha+\frac{9}{11}) > 0$$

$$\alpha + 9 > 0$$

$$-10\alpha > 0$$

In conclusione il sistema è asintoticamente stabile per $-\frac{9}{11} < \alpha < 0$.

Per la BIBO stabilità si considera la funzione in anello chiuso:

$$F(s) = \frac{(10-s)(s-\alpha)}{s^3 + (9+\alpha)s^2 + (11\alpha+10)s - 10\alpha}$$

C'è una cancellazione per □=0 e risulta

$$F(s) = \frac{10-s}{s^2+9s+10}$$

E quindi il sistema è BIBO stabile per a=0. C'è una cancellazione per □= -10 e risulta

$$F(s) = \frac{1}{1-s}$$

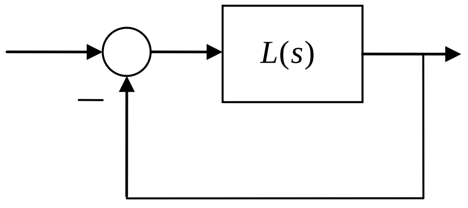
e quindi il sistema non è BIBO stabile per a= -10. In conclsione ol sistema è BIBO stabile per

$$-\frac{9}{11} < \alpha \le 0.$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema in figura, dove

$$L(s) = \alpha \frac{s+10}{s(s+4)^2}$$



3.1 Si disegni il luogo delle radici, diretto e inverso, e si discuta la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α.

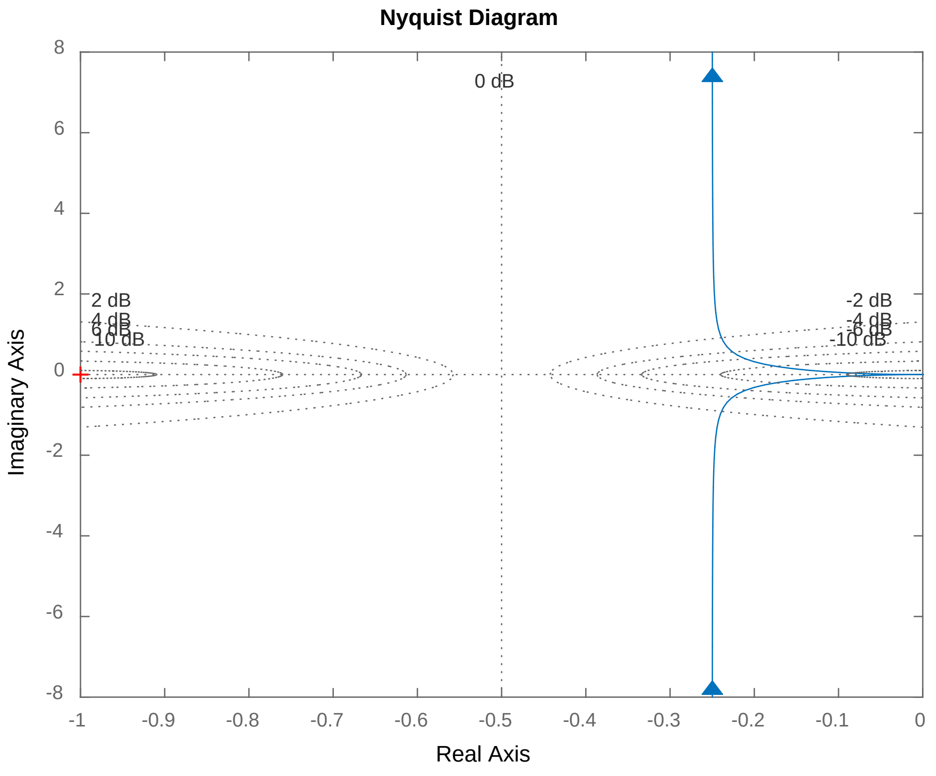
3.2 Si ricavi α in modo tale che due poli del sistema in anello chiuso abbiano parte reale uguale a -1.

3.3 Per tale valore di α si disegni il diagramma polare di L(s).

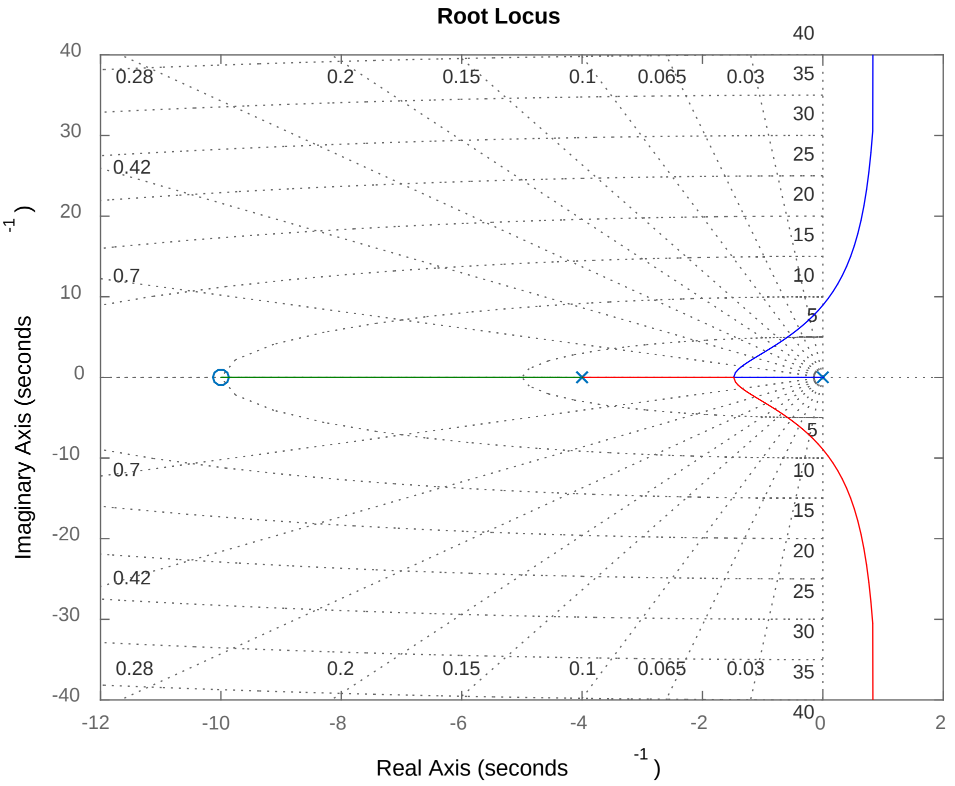
SOLUZIONI

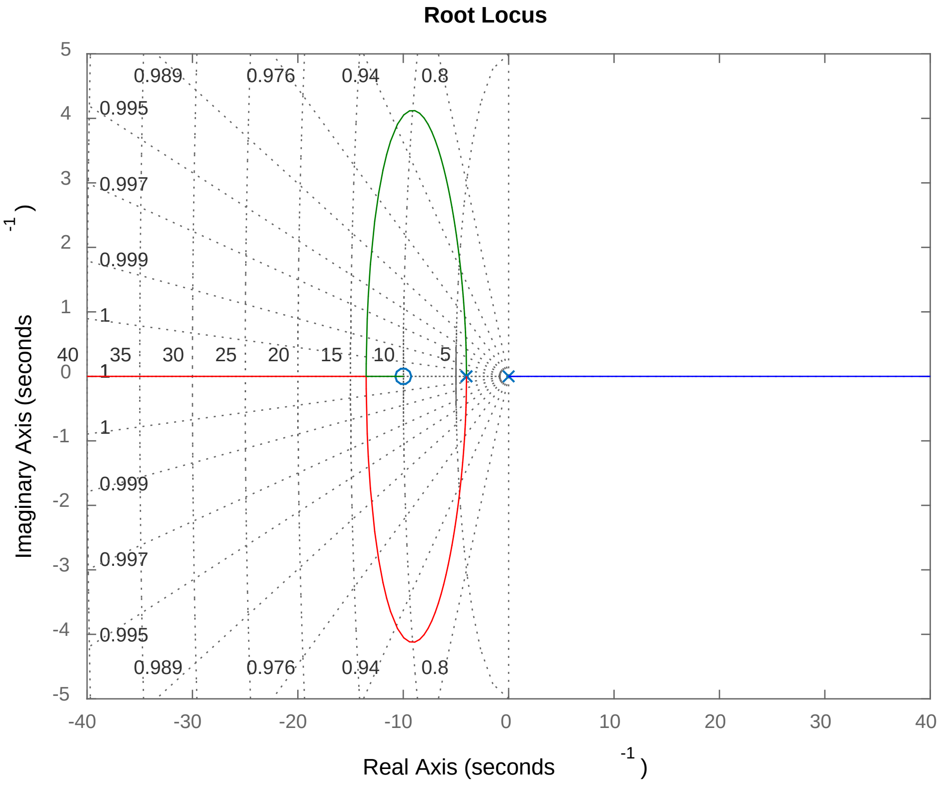
3.2 Per a=6 il polinomio caratteristico è: $(s+6)(s^2+2s+10)$ e quindi c'e' un polo uguale a -6 e gli altri due sono -1+3j, -1-3j.

3.3

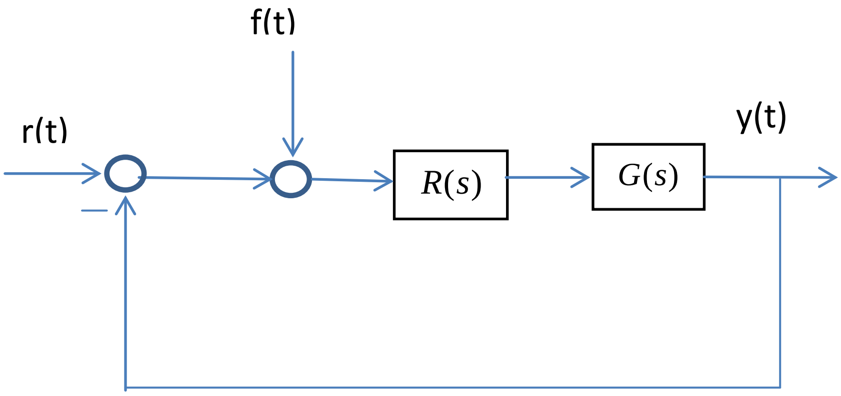


3.1


Root Locus
Imaginary Axis (seconds⁻¹)
Real Axis (seconds⁻¹)
0.28
0.2
0.15
0.1
0.065
0.03
0.42
0.7
40
35
30
25
20
15
10
5
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2


Root Locus
Imaginary Axis (seconds⁻¹)
Real Axis (seconds⁻¹)
0.989
0.976
0.94
0.8
0.995
0.997
0.999
1
40
35
30
25
20
15
10
5
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40

ESERCIZIO 4
Si consideri lo schema a blocchi seguente



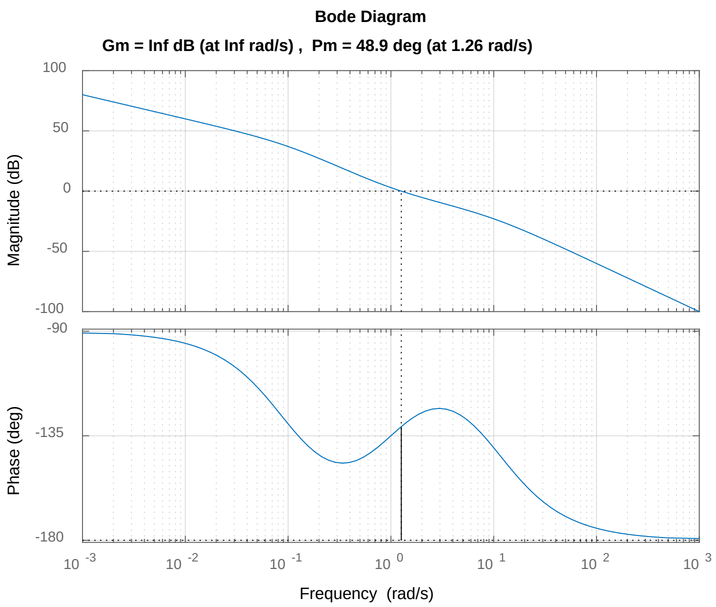
dove $G(s) = \dfrac{e^{-0.1s}}{s(s+0.1)}$, $f(t) = \sin(20t)$, $r(t) = ram(t)$.

4.1 Si ricavi $R(s)$ in modo tale che

1) Il valore assoluto dell’errore (sinusoidale) a transitorio esaurito sia minore di 0.1 in media e minore di 0.1 in ampiezza.
2) La pulsazione critica sia maggiore o uguale a 1 rad/sec.
3) Il margine di fase sia maggiore o uguale a 40 gradi.

SOLUZIONE

□>10, |L(20j)|<0.1. Basta una rete anticipatrice $R(s) = \dfrac{s+1}{1+0.1s}$. Quindi $L(s) = \dfrac{10(s+1)e^{-0.1s}}{s(1+0.1s)(10s+1)}$.

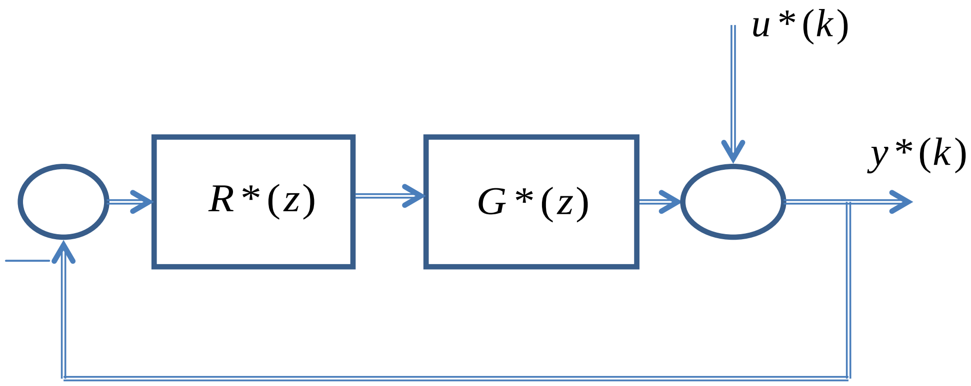


I diagrammi (con ritardo uguale a zero) sono riportati sopra. Il margine di fase (includendo quindi il rtiardo) è 48.9-0.1*1.26*180/□□□□□□□□□□□□□□□□gradi.

Politecnico di Milano
Dipartimento di Elettronica e Informazione

ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo



dove $G^*(z) = \frac{(z+3)}{z(z-1)(z-3)}$, $u^*(k) = sca^*(k)$. Si ricavi $R^*(z)$ in modo tale che il sistema sia asintoticamente stabile e $y^*(k)$ tenda a 0 in un numero finito di passi, minimo possibile.

SOLUZIONE

Vincoli di stabilità: F(1)=1, F(3)=1, F(-3)=0.
Errore nullo a transitorio esaurito: F(1)=1 (già incluso).
Realizzabilità: grado relative di F non minore di 2.

Quindi:

$$F^*(z) = \frac{(z+3)(53z-51)}{8z^4} \rightarrow R^*(z) = -\frac{z(53z-51)}{8(z^2+4z+51/8)}$$