

Fondamenti di Automatica

Allievi in Ingegneria Elettrica - Prof. P. Colaneri

29 Giugno 2016

Cognome _____

Nome _____

N° di Matricola _____

Firma

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni.

Questo fascicolo contiene 5 esercizi.

Si prega di non allegare alcun foglio.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema nonlineare con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$ descritto da

$$\dot{x}_1(t) = -3x_1(t) - x_2(t) + g(y(t)) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t) + g(y(t)) + u(t)$$

$$y(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

$$g(y) = y^2$$

1.1) Si ricavino gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso $u = 0$.

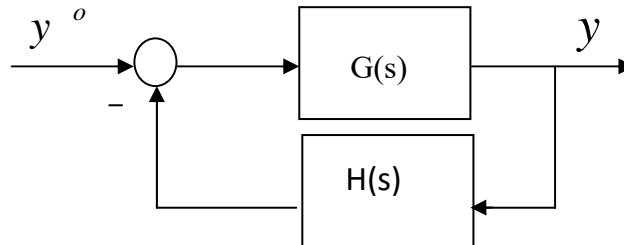
1.2) Si studi la stabilità di tali equilibri.

SOLUZIONE

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{as. stabile, instabile}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema retro-azionato



dove $G(s) = \frac{10}{(s+2)}$, $H(s) = \frac{5}{s}$.

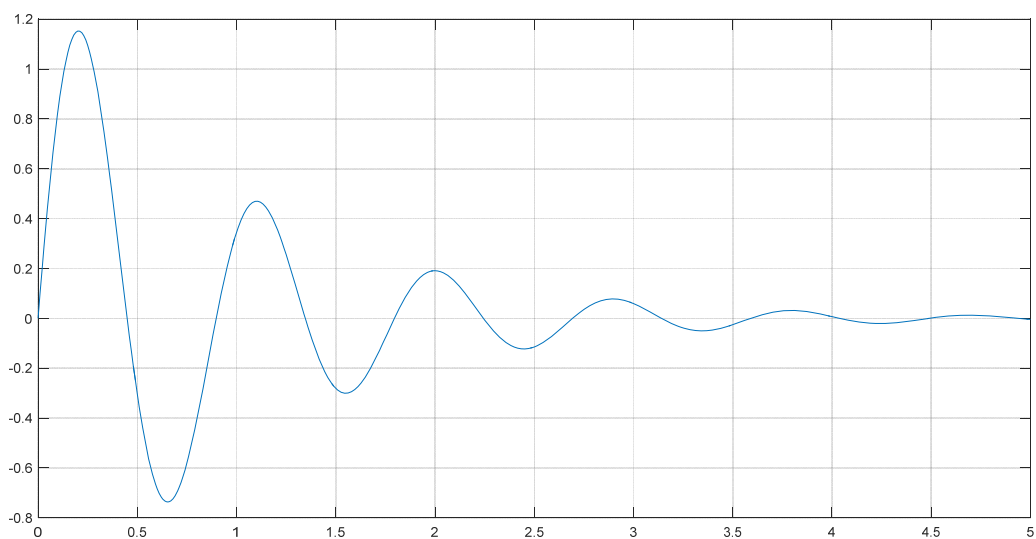
- 2.1) Si dica se il sistema retro-azionato è asintoticamente stabile.
- 2.2) Si determini l'espressione analitica della risposta $y(t)$ quando $y^o(t) = \text{sca}(t)$
- 2.3) Si tracci il grafico dell'andamento qualitativo di $y(t)$ e se ne discutano le caratteristiche: tempo di assestamento, oscillazioni, valore finale, valore iniziale, valore iniziale della derivata.

SOLUZIONE

La fdt da y^o a y è:

$$F(s) = \frac{10s}{s^2 + 2s + 50}$$

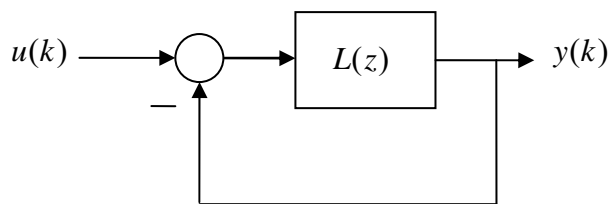
Il sistema è asintoticamente stabile e $Y(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 50} \rightarrow y(t) = \frac{10}{7} e^{-t} \sin(7t)$



ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto in figura, dove

$$L(z) = \alpha \frac{3z - 1}{(z + 1)(z - 0.5)}$$

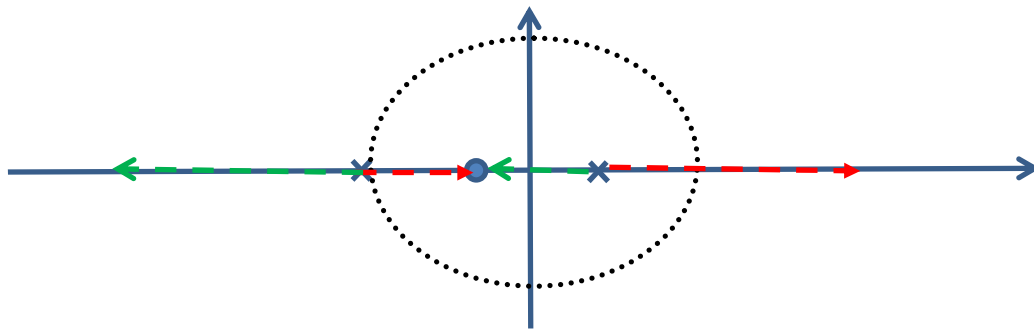


3.1 Si disegni il luogo delle radici, diretto e inverso, e si discuta la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α .

3.2 Si calcoli il valore di α per cui il sistema in anello chiuso ha un polo in $z=1$.

3.3 Per tale valore di α si calcoli l'espressione analitica della risposta $y(k)$ all'ingresso $u(k)=\text{imp}(k)$.

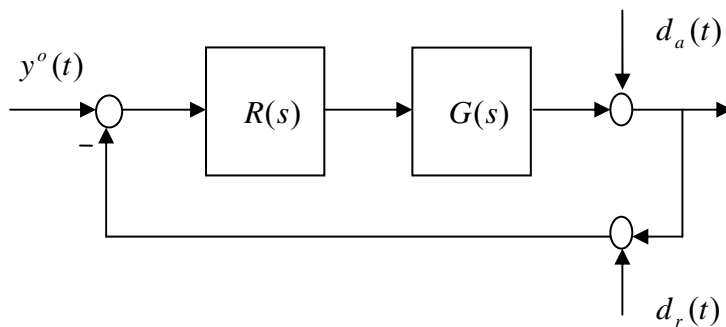
SOLUZIONE



Per $\alpha = -0.5$ i due poli sono 1 e 0 e la fdt da u a y è: $F(z) = \frac{-1.5z + 0.5}{z(z-1)} = \frac{-0.5}{z} + \frac{-1}{z-1}$ col che $y(k) = -0.5\text{imp}(k-1) - \text{sca}(k-1)$.

ESERCIZIO 4

Si consideri lo schema a blocchi seguente



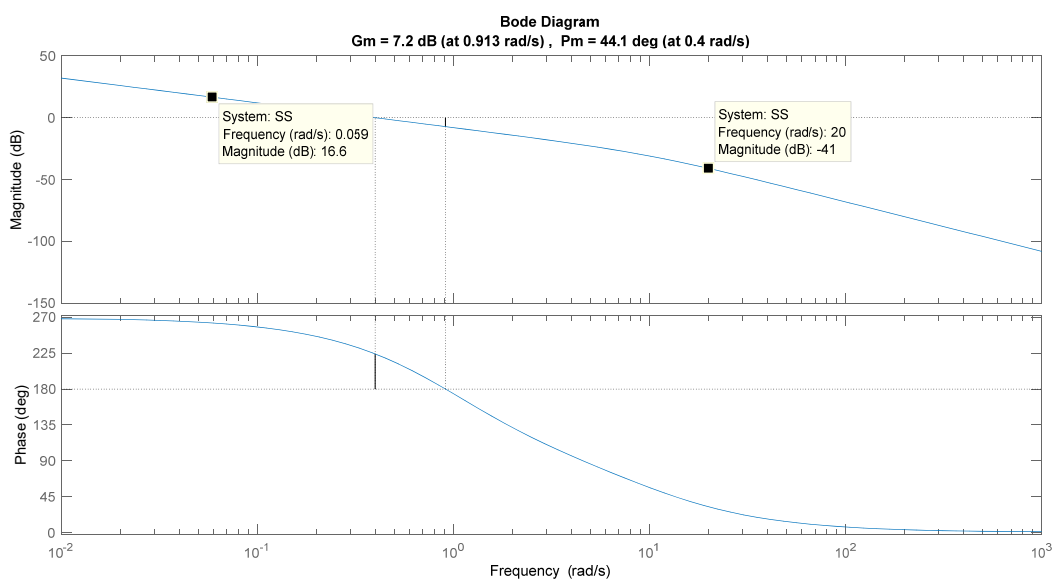
$$G(s) = \frac{1-s}{(s+1)(s+10)(s+5)}, \quad y^o(t) = \text{sca}(t), \quad d_r(t) = \sin(20t), \quad d_a(t) = \sin(0.05t).$$

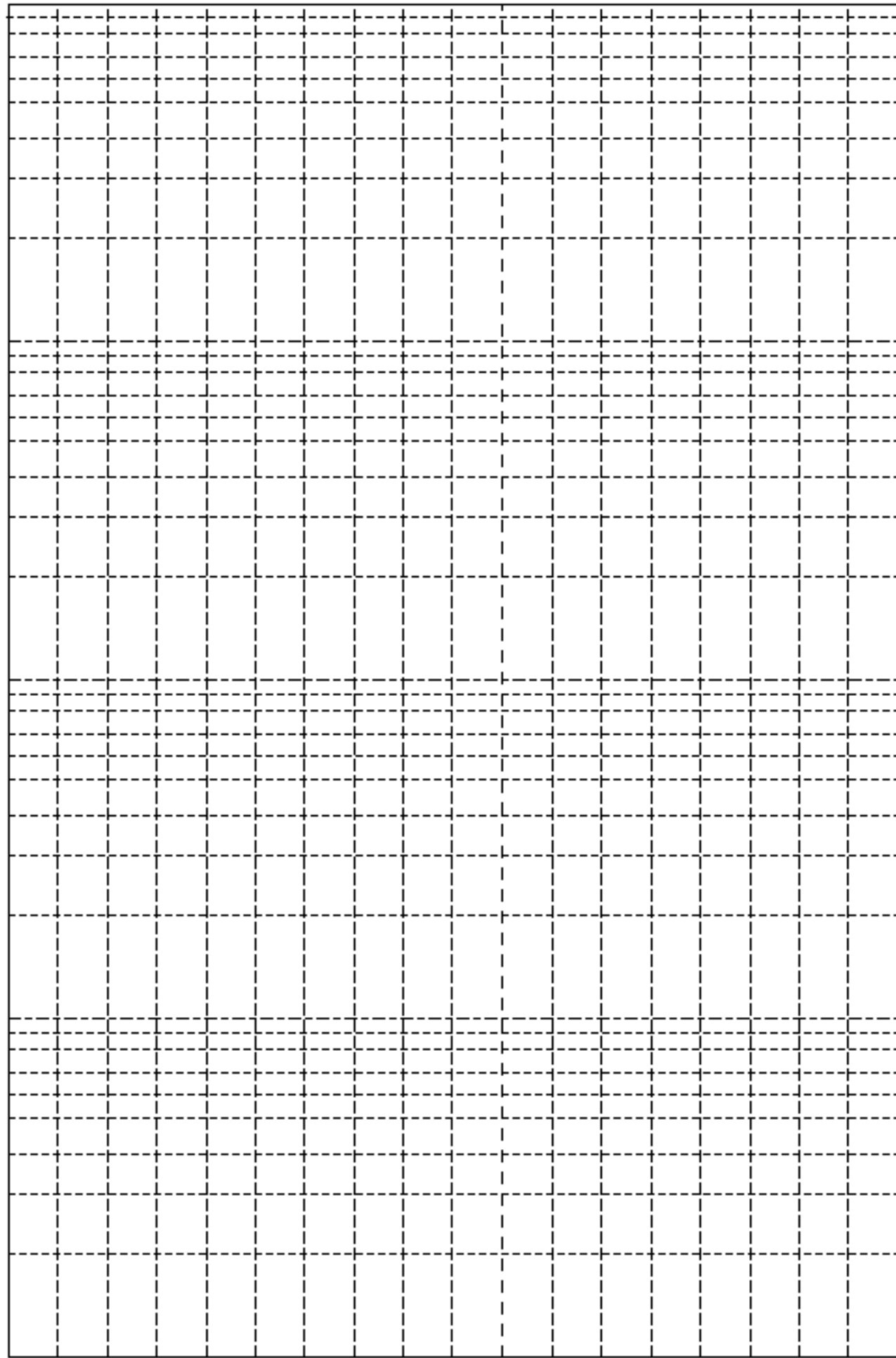
4) Si progetti $R(s)$, del minimo ordine possibile, in maniera tale che (i) l'errore a transitorio esaurito sia a media nulla e ampiezza minore di 0.1, (ii) il margine di fase sia almeno di 40 gradi, (iii) la pulsazione critica si almeno di 0.4 rad/sec.

SOLUZIONE

La funzione d'anello $L(s)$ deve contenere un integratore. Inoltre $|L(j0.05)| > 1/a$ e $|L(20j)| < b$ con $a+b < 0.1$.

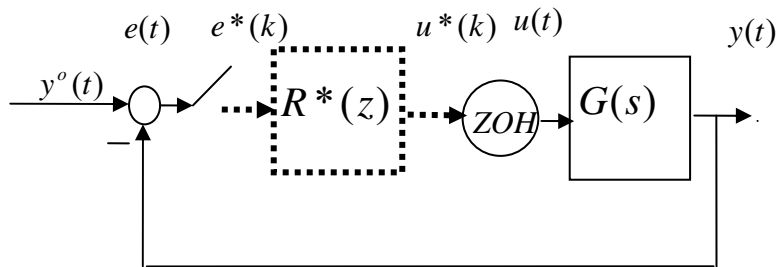
Una soluzione è con il PI $R(s) = \frac{4(s+5)}{s}$. Si ha $L(s) = \frac{4(1-s)}{s(s+1)(s+10)}$





ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo digitale



Si consideri lo schema di controllo ibrido in figura, dove i convertitori lavorano in fase e sincronia (periodo T). Sia

$$G(s) = \frac{1}{s}, \quad R^*(z) = \frac{\alpha}{z^2}.$$

5.1 Si studi la stabilità del sistema retroazionato utilizzando il sistema equivalente a tempo discreto in funzione del guadagno $\alpha > 0$ e di T .

5.2 Si commenti il risultato ottenuto alla luce dell'equivalente analogico del sistema di controllo.

5.3 Per i valori dei parametri per cui c'è asintotica stabilità si dica quanto valgono i valori asintotici di $y(t)$ e di $u(t)$ quando $y^o(t)$ è uno scalino unitario.

SOLUZIONE

Il sistema equivalente a tempo discreto è:

dove $G^*(z) = \frac{T}{z-1}$, $R^*(z) = \frac{\alpha}{z^2}$. Il polinomio caratteristico è $z^3 - z^2 + \alpha T$. Si ha stabilità

asintotica per $\alpha T < 0.618$. Con l'analisi analogica in cui la ftd di anello è $L(s) = \frac{\alpha e^{-2.5s}}{s}$ si ha $\alpha T < \pi/5 = 0.6283$.

