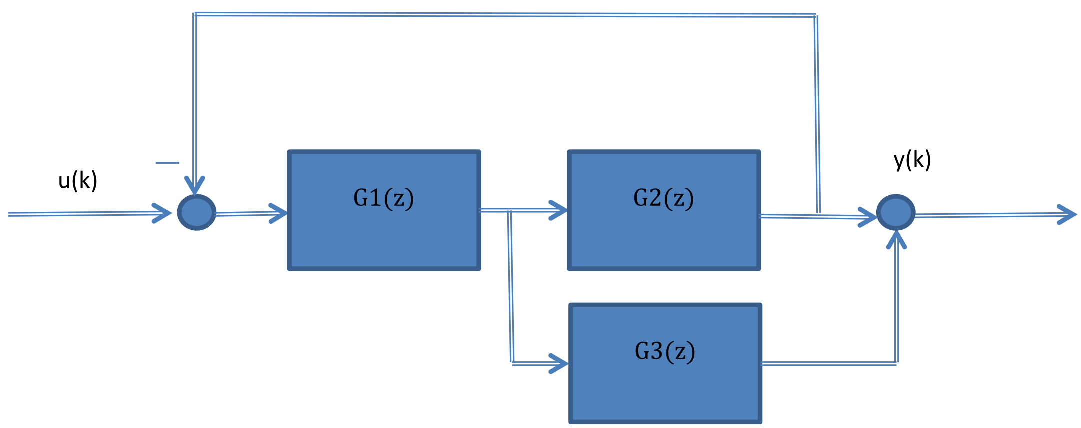
Fondamenti di Automatica per Ing. Elettrica: seconda prova

Prof. Patrizio Colaneri[2]

I. Esercizio 1

Si consideri il sistema retroazionato in figura, dove



$$G_1(z) = G_3(z) = \frac{1}{z}, \quad G_2(z) = \frac{\alpha}{z-2}$$

- Si scriva la funzione di trasferimento da u a y
- Si discuta la stabilità in funzione del parametro α
- Si dica se esiste α tale che il sistema da u a y sia FIR

SOLUZIONI La funzione di trasferimento da u a y è:

$$G(z) = \frac{(G_2(z) + G_3(z))G_1(z)}{1 + G_1(z)G_2(z)} = \frac{(\alpha+1)z - 2}{z(z^2 - 2z + \alpha)}$$

Il polo $z = 0$ è staile. Applicando la trasformazione bilineare al resto del denominatoer si ottiene

$$(3+\alpha)s^2 + 2(1-\alpha)s + \alpha - 1 = 0$$

Non esistono valori di α per cui il sistema retroazioanto è asintiticamente stabile. Per $\alpha = 0$ si ha

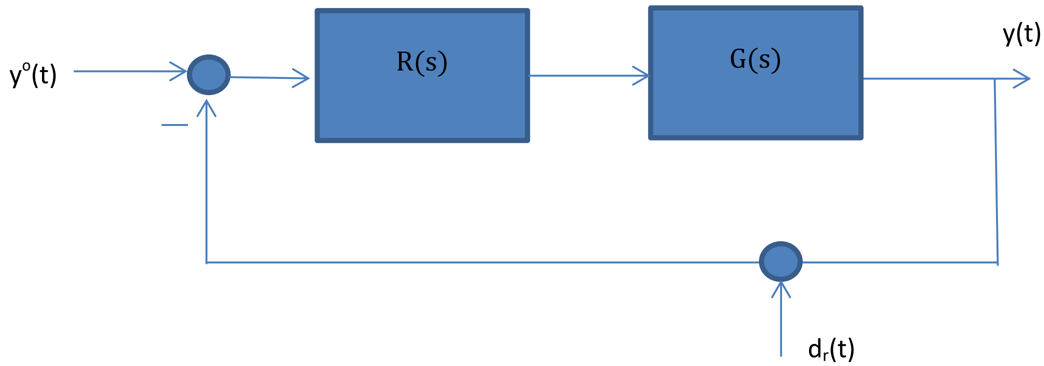
$$G(z) = \frac{1}{z^2}$$

e quindi per tale valore di α il sistema è BIBO stabile e FIR.

[2] Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingeneria, Politecnico di Milano, 20133 Milano, Italy, `email: colaneri@elet.polimi.it`

II. Esercizio 2

Si consideri il sistema retroazionato in figura, dove



$$G(s) = \frac{0.1}{(1+0.1s)(1+s)}, \quad y^o(t) = sca(t), \quad d_r(t) = sin(10t)$$

Si ricavi $R(s)$ in maniera tale che:

- L'errore sia in media nullo a regime permanente
- L'errore sia attenuato in ampiezza sull'errore di almeno 10 volte
- $\omega_c \geq 1$ rad/sec
- $\phi_m \geq 60^o$

SOLUZIONI Perchè l'errore sia in media nullo occorre che il regolatore sia di tipo 1, quindi

$$R_1(s) = \frac{\mu_r}{s}$$

Scriviamo allora

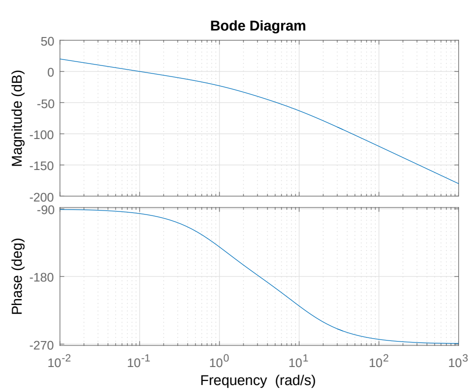
$$L_1(s) = \frac{0.1\mu_r}{s(1+0.1s)(1+s)}$$

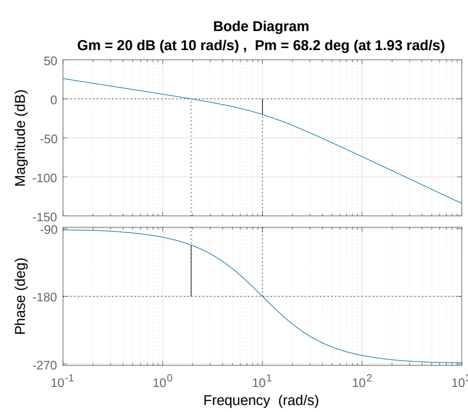
scegliamo $\mu_r = 20$ in maniera da avere $\omega_c \simeq 2$ e usiamo una rete anticipatrice

$$R_2(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}$$

in modo da avere un'attenuazione di circa 20db a 10 radianti al secondo. Quindi

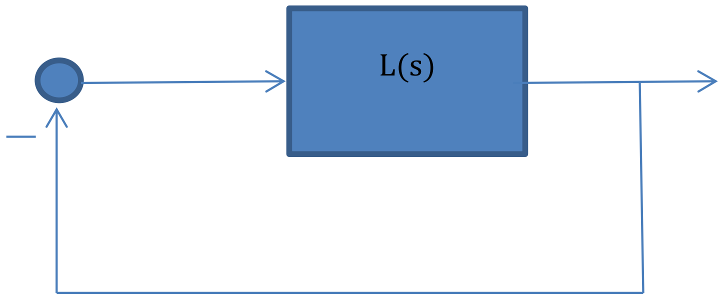
$$L(s) = \frac{2}{s(1+0.1s)^2}$$





III. Esercizio 3

Si consideri il sistema in figura

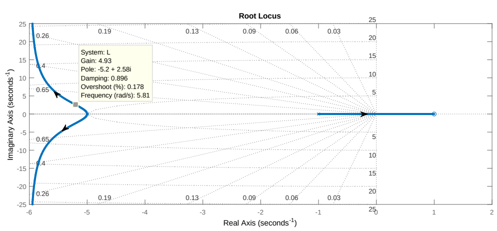


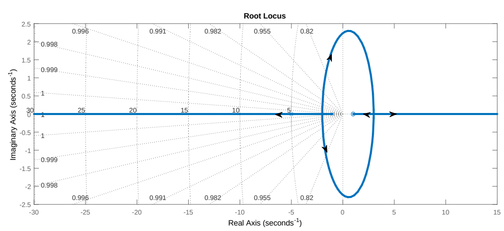
dove

$$L(s) = \rho \frac{s-1}{(s+1)(s+5)^2}$$

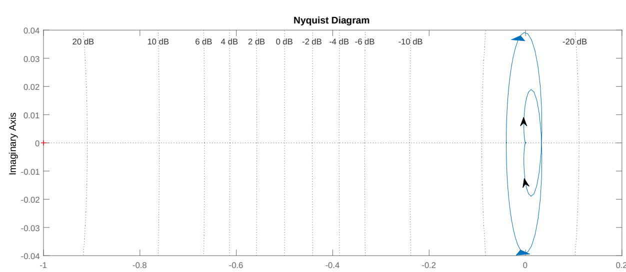
- Si tracci il luogo delle radici (diretto e inverso) e si studi la stabilità del sistema retroazionato in funzione di ρ
- Si disegni il diagramma di Nyquist di $L(s)$ e si confermino i risultati ottenuti al punto precedente.

SOLUZIONI Si ha stabilità per $-30 < \rho < 25$.Per $\rho = -30$ il polinomio caratteristico del sistema in anello



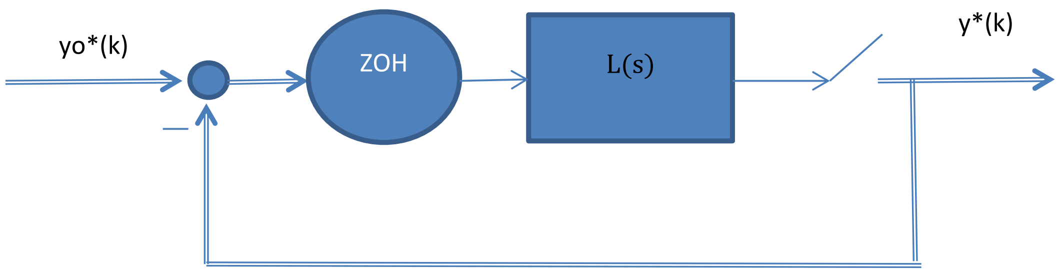


chiuso è: $(s+11)(s^2+5)$. Il diagramma di $L(s)$ con $\rho = 1$ è disegnato in figura. Il diagramma passa sull'asse



reale nei punti $-1/25$ (per $\omega = 0$) e in $1/30$ (per $\omega = \sqrt{5}$).

IV. Esercizio 4



dove i convertitori operano in sincronia e in fase con periodo $T = ln(2)$.

$$L(s) = \frac{1}{(s+2)(1+s)}$$

- Si studi la stabilità del sistema retroazionato a tempo discreto (segnali campionati).
- Si ricavi il valore di $y*(0)$, $y^*(1)$ e $y^*(\infty)$ quando $y^{o*}(k) = sca^*(k)$.

SOLUZIONI

$$L(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

Quindi

$$L^*(z) = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}} - \frac{0.5(1-e^{-2T})}{z-e^{-2T}} = \frac{0.5}{z-0.5} - \frac{3/8}{z-0.25} = \frac{1/8(z+0.5)}{(z-0.5)(z-0.25)}$$

e il polinomio caratteristico del sistema in anello chiuso è:

$$z^2 - 5/8z + 3/16$$

che ha radici all'interno del cerchio di raggio 1. Il sistema è asintoticamente stabile. La funzione di sensitività complementare è:

$$F(z) = \frac{1/8(z+0.5)}{z^2 - 5/8z + 3/16}$$

e quindi $y^*(0) = 0, y^*(1) = 1/8, y^*(\infty) = 1/3$.