Fondamenti di Automatica per Ing. Elettrica

Prof. Patrizio Colaneri[2]

Seconda prova in itinere del 22 Gennaio 2018

Cognome ____

Nome ____

Matricola ____

Firma ____

Durante la prova non è consentita la consultazione di libri, dispense e quaderni. Questo fascicolo contiene 5 esercizi. Si prega di non allegare alcun foglio.

[2] Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingeneria, Politecnico di Milano, 20133 Milano, Italy, `email: colaneri@elet.polimi.it`

I. Esercizio 1

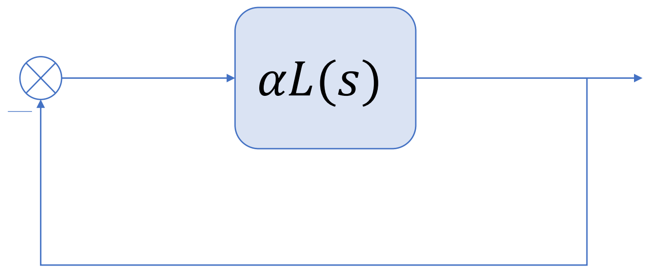

Figura 1. Figura dell'esercizio 1

Si consideri il sistema in figura, dove

$$L(s) = \frac{2s - 10}{s(s+1)(s+5)} \ .$$

- Si studi la stabilità del sistema retroazionato in funzione di α, e si traccino i due rami (diretto e inverso) del luogo delle radici.
- Si studi la stabilità del sistema in funzione di α applicando il criterio di Nyquist.

SOLUZIONE:

- Il luogo delle radici è rappresentato in figura.

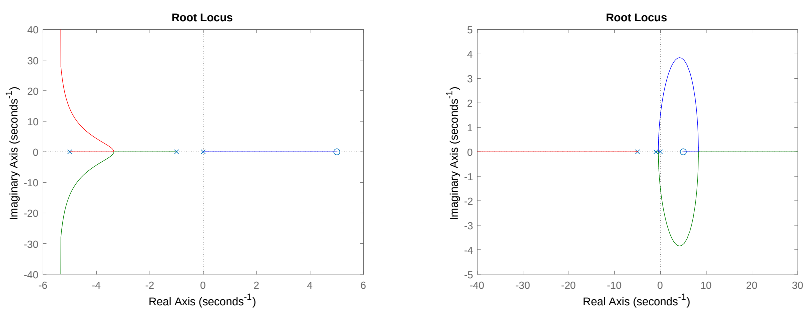

Figura 2. Luogo delle radici

- Si ha asintotica stabilità per $-\frac{15}{11} < \alpha < 0$.

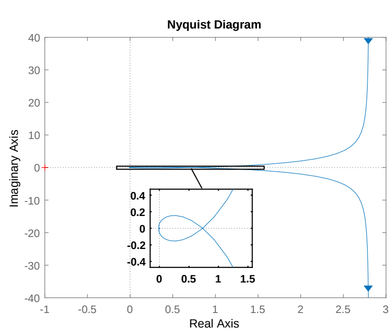

Figura 3. Diagramma di Nyquist

II. Esercizio 2

Si consideri il sistema retroazionato in figura, dove

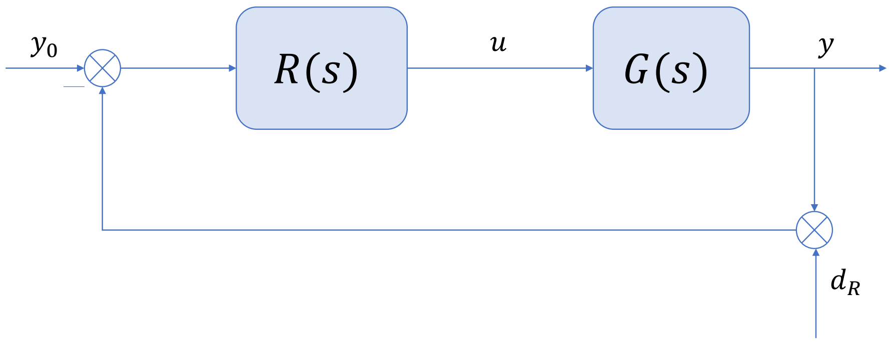

Figura 4. Figura dell'esercizio 2

$$G(s) = \frac{3-s}{(s+1)(10s+1)}, \quad y_0(t) = \mathrm{ram}(t), \quad d_R(t) = \sin(10t)$$

Si ricavi $R(s)$ (di tipo PID) in maniera tale che:

- l'errore $|y_0 - y|$ a regime sia in media minore di 0.1 e ampiezza minore di 0.1;
- $\omega_c \geq 0.5$ rad/sec;
- $\phi_m \geq 45^o$.

SOLUZIONE:

Per avere l'errore a transitorio esaurito minore di 0.1 in ampiezza e media, $|L(j10)| < 0.1$ e il guadagno del regolaore deve essere tale che

$$\frac{1}{3\mu_R} < 0.1$$

cioè $\mu_R > \frac{10}{3}$. Scelgo il regolatore come

$$R(s) = 4\frac{(\frac{s}{0.002}+1)(10s+1)}{s(\frac{s}{0.0001}+1)(0.1s+1)}$$

con cui ho

$$L(s) = \frac{(3-s)(\frac{s}{0.002}+1)}{s(\frac{s}{0.0001}+1)(0.1s+1)(s+1)}$$

frequenza di taglio 0.536 rad/s e margine di fase $\phi_m = 48.4^o$

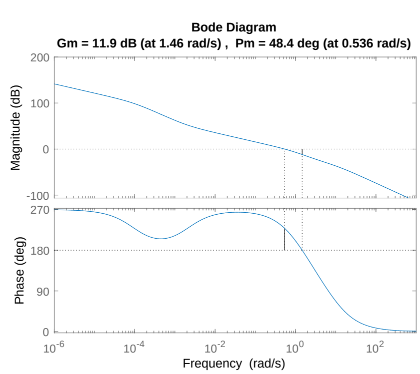

Figura 5. Diagramma di Bode di modulo e fase di $L(s)$

III. Esercizio 3

Si consideri il sistema in figura,

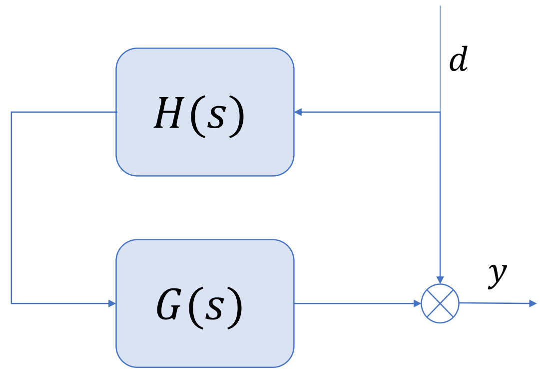

Figura 6. Figura dell'esercizio 3

dove $d(t) = \alpha \sin(t)$ e

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \ .$$

.

- Si ricavi $H(s)$ tale che $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$.

SOLUZIONE:

- La funzione di trasferimento da d a y è $1 + G(s)H(s)$. Allora $|1 + G(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=1} = 0$ affinché $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$. Questo implica

$$H(j) = -\frac{1}{G(j)} = -(j+1) \ .$$

Per interpolazione, si consideri $H(s) = \frac{-\alpha s}{1+sT}$, da cui

$$\frac{\alpha j}{1+jT} = j+1$$
$$j + 1 + T(j-a) = \alpha j \ .$$

Si ricava $\alpha = 2$ e $T = 1$, per cui risulta

$$H(s) = \frac{-2s}{1+s}$$

IV. Esercizio 4

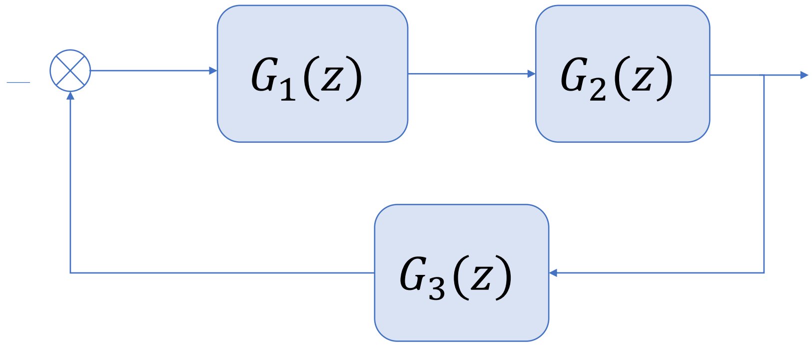

Figura 7. Figura dell'esercizio 4

Si consideri il sistema in figura, dove

$$G_1(z) = \frac{1}{z}, \quad G_2(z) = \frac{1}{(z-1)z}, \quad G_3(z) = \alpha \; .$$

- Si studi la stabilità del sistema al variare del parametro reale α.

SOLUZIONE:

- Si consideri il polinomio caratteristico del sistema, $\chi(z) = z^3 - z^2 + \alpha$. Si consideri ora la trasformazione bilineare $z = \frac{s+1}{1-s}$, da cui si ricava $\chi(s) = (2-\alpha)s^3 + (4+3\alpha)s^2 + (2-3\alpha)s + \alpha$. Applicando il criterio di Routh-Hurvitz, il sistema è asintoticamente stabile per $0 < \alpha < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

V. Esercizio 5

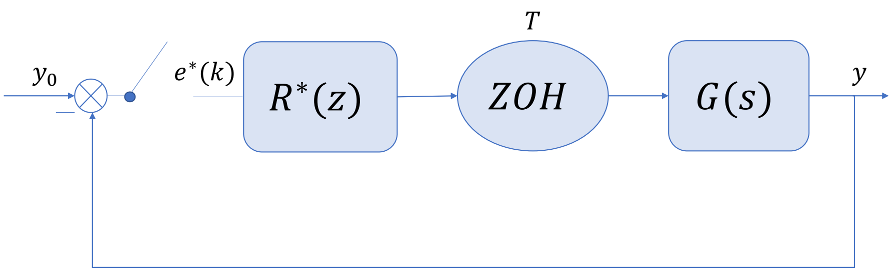

Figura 8. Figura dell'esercizio 5

Si consideri il sistema in figura, dove i convertitori sono in fase e sincroni (periodo T) e inoltre

$$G(s) = \frac{1}{(s+10)(s+2)},$$

e $y_0 = \text{sca}(t)$.

- Trovare T e $R^*(z)$ tale che $e(t)$ tende a zero a regime con un tempo di assestamento di 1 secondo, e si abbia margine di fase maggiore o uguale a 45^o, seguendo il punto di vista analogico e adottando la transformazione di Tustin.

SOLUZIONE:

- Il sistema ad anello chiuso ha un modo dominante che è circa uguale alla pulsazione critica ω_c e il tempo di assestamento è $t_a = \frac{2\pi}{\omega_c}$. Per $t_a = 1$ s, scegliamo $\omega_c \simeq 6$ rad/s. Imponiamo la pulsazione di campionamento $\Omega_c = 10\omega_c = 60$ rad/s. Il tempo di campionamento risulta $T \simeq 0.1$ s. La presenza del mantenitore genera un deterioramento del margine di fase di $\phi_{ZOH} = \omega_c \frac{T}{2} = 0.3$ rad $\simeq 17^o$. Scegliamo il regolatore come

  $$R(s) = \frac{6(s+2)}{s}$$

  da cui ho

  $$L(s) = \frac{6}{s(s+10)} \ ,$$

  e margine di fase $\phi_m = 180^o - |\phi_c| - \phi_{ZOH} = 180^o - 116.6^o - 17^o = 46.4^o$. Applicando la trasformazione di Tustin $s = \frac{2}{T}\frac{(z-1)}{(z+1)}$, il regolatore digitale è

  $$R^*(z) = \frac{66z - 54}{10(z-1)} \ .$$